



**Bosna i Hercegovina  
Federacija Bosne i Hercegovine  
ZENIČKO-DOBOJSKI KANTON  
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

# **KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA MATEMATIKA**

## **ZA ŠKOLE SREDNJEG STRUČNOG OBRAZOVANJA I OBUKE**

**Zenica, juni 2023.**



**Bosna i Hercegovina  
Federacija Bosne i Hercegovine  
ZENIČKO-DOBOJSKI KANTON  
MINISTARSTVO ZA OBRAZOVANJE, NAUKU, KULTURU I SPORT**

## **KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA**

### **MATEMATIKA**

**ZA ŠKOLE SREDNJEG STRUČNOG OBRAZOVANJA I OBUKE**

**Zenica, juni 2023.**

**Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za škole  
srednjeg stručnog obrazovanja i obuke**

**Izdavač:** Ministarstvo za obrazovanje, nauku, kulturu  
i sport Zeničko-dobojskog kantona

**Za izdavača:** Draženka Subašić, ministrica

**Voditeljica Stručnog tima:**  
Aida Salkić, direktorica Pedagoškog zavoda Zenica

**Grupa za izradu predmetnog kurikulumuma:**  
mr.sc. Aldiana Nuhanović, koordinatorica  
Hedija Ćeman, prof., član  
Mevludin Mujić, BA, član

**Tehnička priprema i uređenje:**  
Pedagoški zavod Zenica

## SADRŽAJ

<b>A/ OPIS PREDMETA</b> .....	<b>4</b>
<b>B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA</b> .....	<b>6</b>
<b>C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA</b> .....	<b>7</b>
<b>D/ ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI</b> .....	<b>10</b>
<b>ZANIMANJA III STEPENA</b> .....	<b>10</b>
1. razred .....	<b>10</b>
2. razred .....	<b>14</b>
3. razred .....	<b>18</b>
<b>ZANIMANJA IV STEPENA</b> .....	<b>21</b>
1. razred .....	<b>21</b>
2. razred .....	<b>26</b>
3. razred .....	<b>31</b>
4. razred .....	<b>36</b>
<b>E/ UČENJE I PODUČAVANJE</b> .....	<b>40</b>
<b>F/ VREDNOVANJE U PREDMETNOM KURIKULUMU</b> .....	<b>43</b>
<b>G/ PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA</b> .....	<b>46</b>

## A/ OPIS PREDMETA

Nastava matematike od njenih prapočetaka, a posebno danas, u vremenu naučnog i tehničkotehnološkog razvoja, masovne kompjuterizacije i digitalizacije ima ključni značaj u odgoju i obrazovanju mladih generacija u njihovim pripremama za budući život i rad. Proučavanje matematike doprinosi sposobnosti uočavanja uzročno posljedičnih veza, preciznosti u izražavanju, strogosti u rasuđivanju, zaključivanju, logičkom razmišljanju te kao takvo pomaže u cjelokupnom intelektualnom i duhovnom razvoju mladih osoba. Ona obuhvata matematičko zaključivanje i primjenu matematičkih pojmova, postupaka, tvrdnji i alata potrebnih za opisivanje, objašnjavanje i predviđanje pojava i događaja.

Podučavanje i učenje Matematike ostvaruje se kroz kontinuirano povezivanje matematičkih procesa i oblasti, te kao takvo učenicima omogućava sticanje matematičkih znanja i vještina, izgradnju ličnih stavova, pruža priliku da budu kreativni i pokreće racionalne misaone procese. Na taj način se potiče matematički pristup razmišljanju koji vodi povezivanju znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja u nove strukture znanja koje se primjenjuju u svakodnevnom životu.

Dakle, svrha predmeta Matematika je da korištenjem savremenih metoda i alata omogućí mladom čovjeku ovladavanje specifičnim matematičkim i ključnim kompetencijama neophodnim za kritičko razmišljanje, uspješno rješavanje problema te prilagođavanju novim životnim situacijama kako bi postigao potpuni lični potencijal.

U kontekstu razvoja ključnih kompetencija za cjeloživotno učenje nastavni predmet Matematika prevashodno razvija ključnu kompetenciju matematička pismenost. Važno je istaći da se nastavom matematike u korelaciji sa drugim nastavnim predmetima paralelno razvijaju i ostale ključne kompetencije kao što su jezičko-komunikacijska kompetencija na maternjem jeziku, kompetencija u nauci i tehnologiji, učiti kako se uči, informatička te kreativno-produktivna kompetencija.

Odabirom i rješavanjem odgovarajućih zadataka, matematičku pismenost razvijamo i kroz obrazovna područja: jezik i komunikacija, ljudi i društvo, nove tehnologije i digitalizacija, priroda i geografija, kreativnost i dizajn te zdravlje i sport.

Razumijevanje matematičkih pojmova i postupaka, primjena matematike pri objašnjavanju i opisivanju stvarnih događaja i pojava, upotreba matematičkog jezika, formula, modela, konstrukcija, grafikona/dijagrama i komuniciranje u matematici predstavljaju predmetno-specifične kompetencije koje se kod učenika razvijaju izučavanjem matematike. Kombinovanje navedene četiri predmetno-specifične kompetencije doprinosi sveobuhvatnom razvoju matematičke pismenosti.

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (hemija, fizika informatika, matematika) te stručnim nastavnim predmetima. Matematika omogućava preciznije formulisanje, kako učenih pojava tako i dobivenih rezultata te više služi kao alat koji se koristi u drugim nastavnim predmetima nego što iz njih crpi sadržaje.

Matematika pripada matematičkom odgojno-obrazovnom području koje je jedno od osam područja definisanih Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa definisanih na ishodima učenja.

Učenje i podučavanje u predmetu Matematika treba da se temelji na već postojećem znanju, koje se proširuje prema uzrastu učenika i individualnim sposobnostima svakog pojedinca.

Aktivno i odgovorno učešće učenika u sticanju matematičkih znanja će uz korištenje savremenih metoda i oblika rada matematiku približiti učenicima na način da uvide njenu korisnost i primjenu u mnogim životnim situacijama.

Široka primjena matematike u mnogim oblastima ljudskog djelovanja i osnovna uloga nastave matematike u razvoju intelektualnih sposobnosti učenika čine je jednim od najznačajnijih nastavnih predmeta u školskom općem obrazovanju i odgoju.

Matematika je obavezan općeobrazovni nastavni predmet koji se izučava u školama srednjeg stručnog obrazovanja i obuke.

## **B/ CILJEVI UČENJA I PODUČAVANJA PREDMETA**

1. Razvijati matematičku pismenost primjenom matematičkog jezika u izražavanju ideja, procesa i rezultata znanja kroz različite medije (usmeno, pismeno i vizuelno) uz pravilno korištenje matematičkih simbola, pravila i tvrdnji.
2. Kod učenika razviti svijest o potrebi sticanja matematičkih znanja i vještina kako bi u školi i u svakodnevnom životu prepoznali situacije u kojima se ista mogu primijeniti te kako bi ih koristili u toku svog daljnjeg obrazovanja.
3. Razvijati vještine upotrebe geometrijskog pribora i mjernih instrumenata, vještine interpretacije i prikazivanja podataka u obliku tabela, grafikona i dijagrama, te podsticati razvoj kognitivnih vještina kao što su: logičko, prostorno, apstraktno, kreativno i kritičko mišljenje.
4. Osposobiti učenike da primjenjuju znanje i vještine iz matematike na probleme koje postavlja tehnički, ekonomski i društveni razvoj tako što će pravilno formulisati problem, interpretirati i analizirati podatke, odabrati i argumentovati najbolje strategije za njihovo rješavanje te preispitati i pravilno prezentovali moguća rješenja, po potrebi uz pomoć raspoloživih računarskih programa i alata.
5. Aktivirati kod učenika matematičke procese kao što su: rasuđivanje, komunikacija i prikazivanje, povezivanje, dokazivanje i zaključivanje, matematičko modeliranje i rješavanje problema.
6. Doprinijeti cjelokupnom razvoju ličnosti učenika kroz podsticanje njihovog kognitivnog, konativnog i socio-emocionalnog razvoja, kao i svijesti o njihovim vlastitim matematičkim sposobnostima, njihovoj poduzetnosti, radnim navikama i potrebama za učenjem i napredovanjem.

## C/ OBLASNA STRUKTURA PREDMETNOG KURIKULUMA

### A. Skupovi, brojevi i operacije

Oblast Skupovi, brojevi i operacije predstavlja temelj matematičke pismenosti. Bliska povezanost ove oblasti sa ostalim posljedicama je primjene brojeva u svim područjima ljudske djelatnosti, što je ujedno povezuje s ostalim područjima kurikuluma i svakodnevnim životom. Postepeno formiranje apstraktnih pojmova kao što su broj, brojevni sistem i skup, te razvijanje vještina izvođenja aritmetičkih postupaka, postiže se izučavanjem ove oblasti.

Formiranjem pojma prirodnog broja i skupa prirodnih brojeva, uz primjenu osnovnih računskih operacija, učenici otkrivaju potrebu proširivanja tog skupa. Postepeno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i skup kompleksnih brojeva. Analiziraju se i tumače osobine i odnosi među brojevima, primjenjuju se različiti načini zapisivanja i prikazivanja brojeva te usvajaju i upotrebljavaju sve složenije računске operacije. Vještine usmenog i pismenog računanja se postupno razvijaju uz upotrebu osnovnih osobina i međusobnih veza računskih operacija. To ujedno doprinosi razvijanju vještina djelotvornog i sigurnog računanja. Matematičke probleme i probleme iz svakodnevnog života moguće je riješiti izvođenjem odgovarajućih aritmetičkih postupaka, predviđanjem rezultata i procjenom smislenosti rezultata uz mogućnost upotrebe različitih metoda i računarske tehnologije u svrhu efikasnosti i tačnosti.

Ova oblast obuhvata dvije komponente i to :

- 1. Skupovi, brojevi i brojevni sistemi**
- 2. Računske operacije**

### B. Algebra

Algebra je ujedinjujuća nit gotovo svih područja matematike. Njome modelujemo određene probleme iz realnog svijeta i rješavamo ih pomoću algebarskih zakonitosti. Čini osnovu za učenje matematičkog jezika proučavajući pravilnosti i koristeći simbole umjesto brojeva. Zbog toga algebra uveliko pomaže pri rješavanju zadataka koji obuhvataju: opisivanje pravilnosti u kojima slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije; uočavanje nepoznatih i rješavanje jednačina i nejednačina pomoću odgovarajućih algebarskih zakonitosti; područje koje se bavi algebarskim strukturama ili skupovima u kojima je definisana jedna ili više operacija pomoću kojih se elementi skupa kombinuju u nove elemente istog skupa. Jezikom Algebre učenici: opisuju, definišu, tumače uzorke, odnose i funkcije, analiziraju matematičke situacije i strukture korištenjem algebarskih simbola, koriste matematičke modele za predstavljanje i razumijevanje kvantitativnih odnosa i tumače ih u datom kontekstu.

Ova oblast obuhvata tri komponente:

- 1. Algebarski izrazi, funkcije proporcije i primjena**
- 2. Jednačine, nejednačine i njihovo predstavljanje**
- 3. Elementi logike**



## **C. Geometrija i mjerenja**

Geometrija je oblast matematike koja se bavi proučavanjem osobina i međusobnih odnosa prostornih oblika tj. geometrijskih tijela, geometrijskih likova, linija i tačaka. Kao oblast matematike, geometrija se veže sa svim granama matematike i ima važnu ulogu u svakodnevnom životu. Izučavanje geometrijskih oblika te njihovo zapažanje u prostoru oko nas povoljno utiče na razvoj geometrijskog mišljenja i sposobnost vizuelizacije koji su bitni za razumijevanje matematike kao i ostalih nastavnih predmeta. Geometrija nudi mogućnosti za razvoj različitih oblika zaključivanja kroz mnoštvo zanimljivih, vizuelnih i mjerljivih geometrijskih veza. Mjerenje je postupak određivanja vrijednosti neke mjerne veličine. Direktnim mjerenjem upoređuje se mjerena veličina s istovrsnom uporednom veličinom, takozvanom mjernom jedinicom.

Oblast geometrije obuhvata dvije komponente

**1. Figure u ravni i prostoru (likovi i tijela), transformacije**

**2. Mjere i mjerenja**

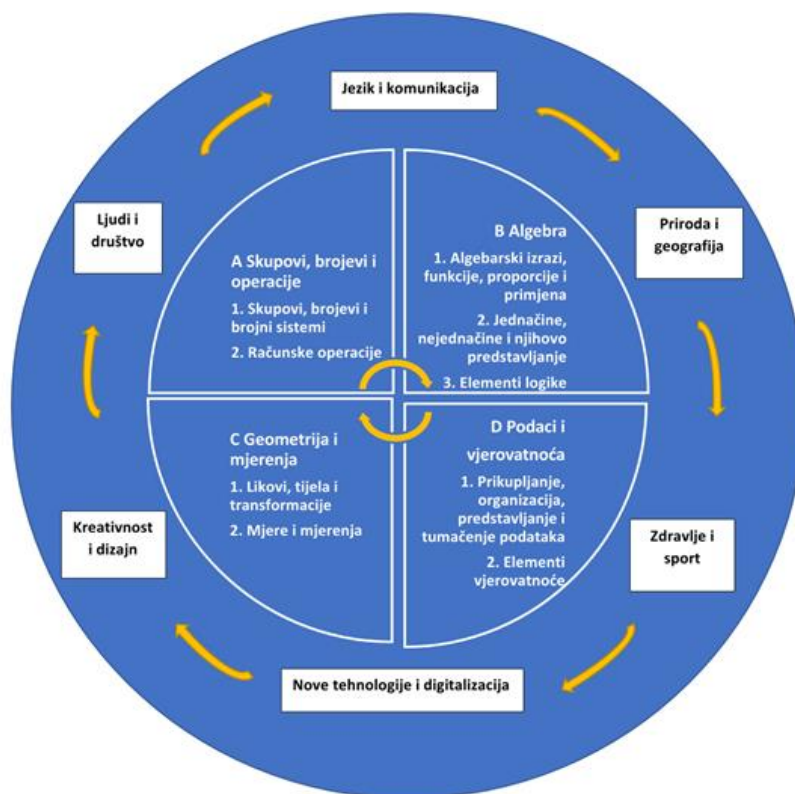
## **D. Podaci i vjerovatnoća**

Sadržaji iz oblasti Podaci i vjerovatnoća uvode se postupno, te se polako grade veze sa sadržajima ostalih matematičkih oblasti. Učenici prepoznaju relevantne podatke, analiziraju ih i predstavljaju na najefikasniji način, po mogućnosti uz korištenje savremenih računarskih alata. Nakon uočavanja veza između podataka i posmatrajući učestalost pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerovatnoće. Koristeći eksperimentalni i teorijski pristup, učenici postupno razvijaju sofisticiraniju sposobnost kritičke procjene podataka, s ciljem prognoze događaja i razvijanja intuicije u donošenju odluka u različitim oblastima.

Ova oblast obuhvata dvije komponente:

**1. Prikupljanje, organizacija, predstavljanje i tumačenje podataka**

**2. Elementi vjerovatnoće**



### Oblasna struktura predmetnog kurikuluma Matematika

U nastavku slijedi dio koji se odnosi na odgojno-obrazovne ishode koji su okosnica predmetnog kurikuluma Matematika i razrađeni su za svaku od četiri oblasti (domene) na kojima se temelji: A/ Skupovi, brojevi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerenja i D/ Podaci i vjerovatnoća.

Odgojno-obrazovni ishodi pomažu nastavnicima u praćenju napretka učenika i u vrednovanju učeničkih postignuća. Tokom pripremanja procesa učenja i podučavanja nastavnik treba povezati odgojno-obrazovne ishode sa sadržajima navedenim u kurikulumu i metodama podučavanja.

U tabelama su odgojno-obrazovni ishodi označeni šiframa. Skraćenice poput A.I.1. ili B.III.4. i sl. označavaju redom: oblast kojoj ishod pripada (A/ Brojevi, skupovi i operacije, B/ Algebra, C/ Geometrija i mjerenja, D/ Podaci i vjerovatnoća), godinu podučavanja predmeta (I.- prvi razred, II.- drugi razred, III.- treći razred i IV.- četvrti razred), te redni broj odgojno-obrazovnog ishoda koji se podučava u sklopu navedene oblasti (1.- prvi ishod, 2. - drugi ishod, ...).

Skraćenice MTP-1.1.2. ili MTP-2.3.1. označavaju poveznice sa Zajedničkom jezgrom nastavnih planova i programa za matematičko područje definiranoj na ishodima učenja, odakle su ishodi dijelom ili u potpunosti preuzeti.

Pojedini ishodi učenja se ostvaruju realizacijom sadržaja iz više oblasti matematike (unutarpredmetna korelacija), a i u korelaciji sa sadržajima drugih nastavnih predmeta (međupredmetna korelacija).

**D/ ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI****ZANIMANJA III STEPENA****1. razred /70 nastavnih sati godišnje/**

<b>Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>A.I.1.</b> Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizira i primjenjuje svojstva operacija u skupovima <math>N, Z, Q</math> i <math>I</math>.</li> <li>Opisuje razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis.</li> <li>Upoređuje skupove <math>N, Z, Q, I</math> i <math>R</math> i argumentuje njihovu međusobnu povezanost.</li> <li>Primjenjuje operacije sa skupovima i prikazuje podskup, uniju, presjek, razliku i komplement skupova zapisujući ih matematičkim simbolima.</li> <li>Povezuje skupovne relacije i operacije sa društvenim i prirodnim pojavama, tumači ih te izvodi zaključke koristeći se matematičkim izrazom.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Operacije i relacije sa skupovima.</li> <li>Skupovi <math>N, Z, Q, I, R</math>.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>U okviru poglavlja o skupu <math>R</math> realnih brojeva treba sistematizirati i proširiti dosadašnja znanja o skupovima <math>N, Z, Q</math> i <math>R</math>. Da bi se nadogradilo znanje stečeno u osnovnoj školi aksiomatski zasnovati skup <math>R</math> ne insistirajući na upotrebi pojma algebarskih struktura. Obavezno naglasiti koje operacije su zatvorene u određenim skupovima tako da se formiranje svakog novog skupa uslovi potrebom da dobiveni skup bude zatvoren za razmatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Koristeći se konkretnim primjerima ukazati na potrebu za proširenjem skupova. Pomoću relacije inkluzije prikazati odnos između navedenih skupova. Nakon formiranja skupa <math>R</math> realnih brojeva treba uvesti brojnu/brojevenu osu i apsolutnu vrijednost realnog broja kao udaljenost toga broja od nule na brojnoj osi. Navesti pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva.</p>	
<b>A.I.2.</b> Odabira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Prepoznaje pripadnost broja određenom skupu brojeva i upotrebljava simbolički matematički zapis.</li> <li>Primjenjuje računске operacije na rješavanje složenih zadataka u skupu realnih brojeva.</li> <li>Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redosljed računskih operacija.</li> <li>Primjenjuje računске operacije u problemskim zadacima različitog nivoa složenosti i procjenjuje tačnost rješenja.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Računske operacije u skupu <math>N</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>Z</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>Q</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>R</math>.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Upućivati na sistematičan i postupan rad prilikom korištenja pravila i osobina računanja te se voditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovdje možemo ponoviti opisani postupak“ i sl.</p>	

<b>Oblast: B/ Algebra</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>B.I.1.</b> Analizira zakonitosti, odnose i zavisnosti u matematici i realnom svijetu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje osobine i operacije sa stepenima istih baza.</li> <li>• Pojednostavljuje i traži vrijednost algebarskog izraza na osnovu date vrijednosti varijable.</li> <li>• Razlikuje monom, binom, trinom i polinom.</li> <li>• Primjenjuje računске operacije sa polinomima.</li> <li>• Primjenjuje binomne formule.</li> <li>• Rastavlja cijele algebarske izraze na faktore.</li> <li>• Skraćuje, množi, dijeli i sabira algebarske razlomke.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.2.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stepeni s cjelobrojnim eksponentom.</li> <li>• Računske operacije sa stepenima.</li> <li>• Cijeli i razlomljeni brojni izrazi.</li> <li>• Cijeli algebarski izrazi.</li> <li>• Monomi i operacije sa monomima.</li> <li>• Transformacija cijelih algebarskih izraza.</li> <li>• Polinomi i operacije sa polinoma.</li> <li>• Algebarski identiteti.</li> <li>• Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore.</li> <li>• Razlomljeni algebarski izrazi.</li> <li>• Transformacija razlomljenih algebarskih izraza.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Stepenovanje cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizma kako bi učenici bez poteškoća primjenjivali ovu operaciju u rješavanju raznih zadataka povezanih sa gradivom iz nastavnih predmeta Fizike, Biologije i Hemije. Ukazati na analogiju između postupaka pri dijeljenju brojeva i pri dijeljenju polinoma te insistirati na razumijevanju i primjeni pravila. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu R).</p>	
<b>B.I.2.</b> Analizira funkciju i obrazlaže njene osobine usmeno, računski i grafički.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Određuje definiciono područje funkcije.</li> <li>• Definiše razmjeru dva broja različita od nule.</li> <li>• Primjenjuje osnovne osobine proporcije.</li> <li>• Prikazuje i primjenjuje linearne funkcije <math>y=kx</math>, <math>y=kx+n</math>, <math>k \neq 0</math> u koordinatnom sistemu i analizira njihove osobine.</li> <li>• Izražava jednu veličinu pomoću druge primjenjujući svojstvo jednakosti.</li> <li>• Opisuje uticaj koeficijenta na položaj grafika, definiše i određujuću funkcije.</li> <li>• Iz grafika funkcije čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju.</li> <li>• Iz zadanih elemenata: argumenata i vrijednosti tačaka grafika i koeficijenata određuje funkciju.</li> <li>• U problemskim situacijama prepoznaje linearnu zavisnost, zapisuje je kao linearnu funkciju te primjenjuje na analizu problema.</li> <li>• Analizira problem koji je zadan grafikom linearne funkcije.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.1.2</b>

<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojam funkcije (preslikavanja).</li> <li>• Osobine funkcija.</li> <li>• Pravougli koordinatni sistem u ravni.</li> <li>• Razmjera (omjer).</li> <li>• Proporcionalnost i proporcija.</li> <li>• Funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti.</li> <li>• Procentni račun.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Prilikom ispitivanja svojstava funkcije kod učenika razvijati zaključivanje koje se temelji na osnovama matematičke logike. Razmjere, proporciju, direktnu i obrnutu proporcionalnost obraditi oslanjajući se na poznato gradivo iz osnovne škole te rješavati složenije zadatke primjerene uzrastu učenika. Zatim uvesti funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti kao i linearne nehomogene funkcije ispitujući ih i crtajući njihove grafike. Navoditi problemske situacije npr. iz ekonomije (linearne funkcije troškova-fiksni troškovi), obračun potrošene električne energije, pretplata mobilneterfonije, računanje vrijednosti CO<sub>2</sub> i dr. kako bi se prepoznata linearna zavisnost zapisala kao linearna funkcija te primijenila na analizu problema. Primijeniti procentni račun na obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge problemske zadatke iz života. Koristiti različite metode aktivne nastave npr. slagalica, KWL (znam-želim znati-naučio sam) tabela, misli-spari-razmijeni, INSERT i dr. kako bi se tokom problemske nastave uspješnije razvijalo kritičko mišljenje učenika.</p>	
<p><b>B.I.3.</b> Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rješava linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Rješava sisteme jednačina sa dvije nepoznate.</li> <li>• Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.</li> <li>• Primjenjuje linearne jednačine na rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	<p><b>MTP-2.2.1 MTP-2.2.2 MTP-2.2.3</b></p>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Jednakost i jednačina. Ekvivalentne jednačine.</li> <li>• Rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Problemi koji se rješavaju pomoću linearne jednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Nejednakost i nejednačina. Ekvivalentne nejednačine.</li> <li>• Rješavanje linearne nejednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.</li> <li>• Metode rješavanja: metoda supstitucije, Gausova (Gauss) metoda, metoda determinanti i grafička metoda. Primjena sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Kod rješavanja linearnih jednačina sa jednom nepoznatom objasniti geometrijski smisao rješenja te na taj način dovesti u vezu funkcije i jednačine. Naučiti učenike da obavezno vrše provjeru dobivenog rješenja. Na istom primjeru demonstrirati različite načine rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema kako bi učenici uočili sličnost, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Nakon toga, analizirajući sistem dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate naučiti učenike da odaberu najpogodniju metodu za njegovo rješavanje. Pri rješavanju problema učenici se usmjeravaju na razmatranje nekog bliskog, sličnog problema i oponašanje postupka njegovog rješenja koristeći se metodom Aktivacija učeničkih iskustava. Ovaj način primjene analogije neće uvijek biti od pomoći ali će ukazati na smjer kojim treba nastaviti rješavanje. Poželjno je i korištenje softverskog paketa Geogebra kojim se razvija digitalna pismenost kao i IKT vještine.</p>	

<b>Oblast: C/ Geometrija i mjerenja</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
C.I.1. Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni te koristi simbole i različite prikaze.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Određuje odnose između tačaka pravih i ravni. Određuje položaj tačke, prave i ravni.</li> <li>• Povezuje realan broj sa tačkama brojevnice prave.</li> <li>• Opisuje vrste uglova, vrste parova uglova.</li> <li>• Primjenjuje svojstva uglova sa okomitim, paralelnim kracima i uglova uz transverzalu pri rješavanju zadataka.</li> <li>• Utvrđuje međusoban odnos dvije kružnice.</li> <li>• Formuliše odnos centralnog i perifernog ugla.</li> <li>• Definiše vektor. Crta suprotan vektor datom.</li> <li>• Računa sa vektorima grafički, množi vektor realnim brojem.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Osnovni i izvedeni pojmovi i stavovi u geometriji.</li> <li>• Ugao, vrste uglova (susjedni, naporedni, uglovi uz transverzalu, uglovi sa paralelnim kracima, uglovi sa normalnim kracima).</li> <li>• Trougao.</li> <li>• Kružnica i krug. Centralni i periferni ugao. Tangente kružnice.</li> <li>• Četverougao (paralelogrami: paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb; trapezi: trapez, jednakokraki i pravougli; trapezoidi: trapezoid, romboid i deltoid).</li> <li>• Vektori u ravni. Operacije sa vektorima.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
U realizaciji nastavne jedinice Osnovni i izvedeni stavovi i pojmovi u geometriji, navesti učenike da formulišu definicije: poluprave, duži, poligonalne linije, poluravani i poluprostora. Osobine uglova sa paralelnim kracima, uglova sa normalnim kracima te uglova uz transverzalu primjenjivati u rješavanju konstruktivnih zadataka. Isticati trokomponentnost pojma vektora.	
C.I.2. Sastavlja matematičke argumente o geometrijskim odnosima, analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih likova.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koristi elementarne konstrukcije (normala, paralela, prenošenje duži, prenošenje ugla, simetrala duži i simetrala ugla) pri rješavanju konstruktivnih zadataka o trouglu.</li> <li>• Konstruiše trougao, karakteristične tačke trougla, te upisanu i opisanu kružnicu.</li> <li>• Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Značajne tačke, duži i prave trougla.</li> <li>• Konstruktivni zadaci o trouglu.</li> <li>• Površina trougla, paralelograma i trapeza.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu. Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće. Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje geometrijskih likova koristiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.	

## 2. razred /70 nastavnih sati godišnje/

<b>Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>A.II.1.</b> Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i primjenjuje ih u rješavanju zadataka.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Diskutuje o vrijednostima stepena imaginarne jedinice.</li> <li>Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći različite prikaze.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Imaginarna jedinica.</li> <li>Imaginarni brojevi.</li> <li>Kompleksni brojevi u obliku uređenih parova.</li> <li>Algebarski oblik kompleksnog broja.</li> <li>Jednakost kompleksnih brojeva.</li> <li>Konjugovano-kompleksni brojevi.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
Objasniti motiv za uvođenje pojma kompleksnog broja rješavajući jednačinu oblika $x^2 + 1 = 0$ . Napomenuti da je izlaz iz ove situacije pronašao švicarski matematičar Ojler (Euler) uvođenjem imaginarne jedinice, koja se po dogovoru označava simbolom „ $i$ “. Koristeći se definicijom imaginarne jedinice utvrditi da se njenim stepenovanjem dobija jedna od četiri vrijednosti $\pm 1, \pm i$ .	
<b>A.II.2.</b> Odabira i kombinuje metode i operacije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva i daje rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Kombinuje računске operacije s realnim i kompleksnim brojevima.</li> <li>Utvrdjuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva.</li> <li>Kombinuje operacije, metode i strategije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Računske operacije u skupu kompleksnih brojeva.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
Usvojiti pravila računskih operacija sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku kroz rješavanje različitih primjera te povezati sa npr. operacijama sa polinomima, racionalisanjem nazivnika i dr. Stepene imaginarne jedinice predstaviti preko relacijske veze sa vrijednostima $\pm 1, \pm i$ . Uočiti zatvorenost skupa $\mathbb{C}$ u odnosu na sve računске operacije ali i da nije uređen u odnosu na relacije „biti veće“, „biti manje“.	
<b>Oblast: B/ Algebra</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>B.II.1.</b> Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definiše pravila za operacije sa stepenima i korijenima.</li> <li>Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima.</li> <li>Racionališe nazivnik.</li> <li>Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom u korijene i obrnuto.</li> <li>Računa vrijednost brojevnih izraza.</li> <li>Računa vrijednost logaritamskih izraza.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>

<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem).</li> <li>• Stepeni sa cijelim eksponentom.</li> <li>• Pravila stepenovanja.</li> <li>• Operacije sa stepenima jednakih baza.</li> <li>• Aritmetički korijen.</li> <li>• Pravila i operacije sa aritmetičkim korijenom.</li> <li>• Racionalisanje nazivnika.</li> <li>• Stepeni sa racionalnim i realnim eksponentom i operacije sa njima.</li> <li>• Pojam logaritma (definicija, dekadski i prirodni logaritmi).</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Pri izvođenju osnovnog pravila za množenje dva stepena istih baza analogijom to pravilo proširiti na množenje tri stepena istih baza te na kraju generalizovati sa npr. <math>a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot \dots \cdot a^{n_k} = a^{n_1+n_2+\dots+n_k}</math>. Metodom specijalizacije, u ovom slučaju izjednačavanjem <math>n_1 = n_2 = \dots = n_k = m</math>, iz navedenog pravila dobijamo <math>a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m = a^{m+m+\dots+m} = a^{mk}</math> novo pravilo za stepenovanje stepena, <math>(a^m)^k = a^{mk}</math>. Metode specijalizacije i generalizacije koristiti u nastavi kad god je to moguće jer one služe pravilnom razvijanju i usmjeravanju mišljenja učenika. Stepene i korijene obraditi postupno i detaljno uz dovoljan broj odgovarajućih primjera za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svodenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se sva nova pravila uvode na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici uvidjeli njihovu primjenu. Postepeno usložnjavati zadatke. Od učenika zahtijevati da oznaku za logaritam <math>\log</math> pišu u istoj ravni kao i argument logaritma i vrijednost logaritma, dok bazu logaritma, koja je indeks, pišu spušteno, manje veličine. Prije nego što se navede definicija logaritma, naglašavajući uslove vezane za argument, bazu i vrijednost logaritma, sa učenicima postupno doći do ekvivalencije <math>a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y</math> navodeći odgovarajuće konkretne primjere.</p>	
<p><b>B.II.2.</b>Rješava jednačine i nejednačine, diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih predstavlja.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uočava ulogu i značaj vrijednosti diskriminante kvadratne jednačine i pravilno tumači prirodu rješenja kvadratne jednačine.</li> <li>• Rješava kvadratne jednačine korištenjem Vieteovih formula.</li> <li>• Primjenjuje Vieteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata.</li> <li>• Modelira problemsku situaciju koristeći se jednačinama i nejednačinama.</li> <li>• Diskutuje rješenja jednačina, nejednačina i sistema u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.2.1 MTP-2.2.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kvadratne jednačine oblika <math>ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0</math> i nejednačine oblika <math>ax^2 + bx + c &lt; 0, a \neq 0</math>.</li> <li>• Vieteove formule. Rastavljanje kvadratnog trinomana linearn</li> <li>• Eksponencijalne jednačine i nejednačine.</li> <li>• Logaritamske jednačine i nejednačine</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Prvo rješavati nepotpune kvadratne jednačine, a zatim izvesti formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine. Argumentovati prirodu rješenja kvadratne jednačine određujući vrijednost diskriminante D. Pošto kvadratne jednačine imaju široku primjenu njihovo rješavanje treba uvježbati do nivoa automatizma. Koristeći Vieteove formule pokazati kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja. Kvadratne nejednačine rješavati na više načina, grafički i analitički npr. koristeći se znakom kvadratne funkcije. Poželjno je isti primjer rješavati na više načina. Izračunavanju logaritma treba posvetiti posebnu pažnju. Prilikom rješavanja logaritamskih jednačina krenuti od jednostavnih npr. <math>\log_a f(x) = b, 0 &lt; a \neq 1</math>, a onda preći na složenije te skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja. Prilikom rješavanja zadataka kao provjeru tačnosti rješenja koristiti IKT alate kao što su Geogebra, Photomath i dr.</p>	



<b>Oblast: C/Geometrija i mjerenja</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>C.II.1.</b> Ispituje i grafički prikazuje funkcije te primjenjuje njihova svojstva (osobine).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje i primjenjuje svojstva funkcija (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske).</li> <li>• Grafički prikazuje funkcije (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske) na osnovu ispitanih elemenata i očitava tačke sa grafika funkcija.</li> <li>• Prepoznaje grafike funkcija.</li> <li>• Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i najstarijem koeficijentu funkcije.</li> <li>• Tumači, na osnovu grafika, svojstva kvadratne funkcije i koristi ih prilikom rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina kao i u zadacima vezanim za problem određivanja npr. maksimuma i minimuma.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kvadratna funkcija <math>y = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> (nule, znak, ekstrem, tok i grafik).</li> <li>• Eksponencijalna funkcija <math>y = a^x, 0 &lt; a \neq 1</math> (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik).</li> <li>• Logaritamska funkcija (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik)</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Demonstrirati crtanje najjednostavnijeg oblika kvadratne funkcije <math>y = x^2</math>. Translacijom za vektor položaja tjemena parabole postepeno doći do grafika potpune kvadratne funkcije. Mogu se koristiti i odgovarajući elektronski interaktivni sadržaji. Kvadratne funkcije <math>y = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> obraditi detaljno naročito: nule, znak, tok i ekstrem. Na osnovu definicije nule funkcije (nultačke funkcije) izvesti formulu za njeno određivanje te ukazati na vezu između „prirode“ nula funkcije i diskriminante D. Posvetiti pažnju eksponencijalnim funkcijama i otkrivanju njihovih osobina, kako bi se sa uspjehom koristile pri rješavanju eksponencijalnih jednačina i nejednačina. Logaritamsku funkciju definisati kao inverznu funkciju eksponencijalne funkcije i dati grafičku interpretaciju koristeći se pravcem <math>y = x</math>. Svojstva logaritamske funkcije staviti u funkciju rješavanja odgovarajućih jednačina i nejednačina. Po mogućnosti koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim elektronskim interaktivnim programima i alatima.</p>	
<b>C.II.2.</b> Primjenjuje trigonometrijske omjere.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje vezu između mjera ugla datih u stepenima i radijanima.</li> <li>• Definiše trigonometrijske funkcije oštih uglova u pravougлом trouglu.</li> <li>• Određuje vrijednost oštih uglova u pravougлом trouglu koristeći se trigonometrijskim omjerima.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mjere ugla u stepenima i radijanima.</li> <li>• Definicija trigonometrijskih funkcija oštih uglova u pravougлом trouglu.</li> <li>• Vrijednost trigonometrijskih funkcija uglova <math>30^0, 45^0</math> i <math>60^0</math>.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Pomoću definicije radijana postupno ukazati na vezu sa vrijednostima ugla u stepenima, kako bi se formalni zapis ovih mjernih jedinica približio učenicima. Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija oštih uglova u pravougлом trouglu koristiti se odgovarajućim skicama. Nakon toga, primjenjujući trigonometrijske omjere odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštih uglova <math>30^0, 45^0, 60^0</math>, te ih zajedno sa učenicima koristiti prilikom traženja vrijednosti jednostavnijih trigonometrijskih izraza.</p>	

<p><b>C.II.3.</b> Definiše trigonometrijske funkcije na trigonometrijskoj kružnici.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Predstavlja proizvoljno zadati ugao na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Predstavlja vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljno zadatog ugla na trigonometrijskoj kružnici.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	
<p style="text-align: center;"><b>Ključni sadržaji</b></p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trigonometrijska kružnica.</li> <li>• Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.</li> </ul>	
<p style="text-align: center;"><b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b></p>	
<p>Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici važno je da učenici otkriju i uoče vezu između koordinata tačaka na brojevnoj kružnici i vrijednosti trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>), odnosno koordinata tačaka na osi tangensa sa vrijednosti <math>\tan x</math> i osi kotangensa sa vrijednosti <math>\cot x</math>.</p>	

### 3. razred /60 nastavnih sati godišnje/

<b>Oblast: B/Algebra</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>B.III.1.</b> Povezuje i primjenjuje trigonometrijske identitete.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija.</li> <li>• Primjenjuje i povezuje trigonometrijske identitete dokazujući jednostavnije tvrdnje.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Osnovni trigonometrijski identiteti.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Odrediti vrijednost trigonometrijskih funkcija ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija pomoću osnovnog trigonometrijskog identiteta. Kombinujući usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete računati i dokazivati jednostavnije trigonometrijske tvrdnje.</p>	
<b>B.III.2.</b> Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže grafički i usmeno.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje, opisuje i crta pravu u koordinatnom sistemu na osnovu njene jednačine.</li> <li>• Računa veličinu ugla između prave i pozitivnog dijela x ose i povezuje ga s koeficijentom smjera.</li> <li>• Računa udaljenost tačke od prave i veličinu ugla između pravih.</li> <li>• Prikazuje na različite načine jednačinu prave u ravni.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koordinatni sistem u ravni.</li> <li>• Rastojanje između dvije tačke. Koordinate središta duži. Koordinate težišta trougla.</li> <li>• Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova.</li> <li>• Jednačine prave u ravni.</li> <li>• Ugao između dvije prave u ravni.</li> <li>• Uslov paralelnosti i normalnosti pravih.</li> <li>• Presjek dvije prave.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustriranjem pojmova. Sistematizovati znanja koja su stečena u osnovnoj školi te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara u jednačinama. Učenicima naglasiti da crtež služi samo kao pomoć pri rješavanju zadataka i da on ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti oblicima jednačine prave u ravni te transformaciji jednog oblika u drugi.</p>	
<b>B.III.3.</b> Ispituje krive drugog reda te analizira svojstva i odnose pravih i krivih drugog reda.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje jednačinu kružnice, elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krive i obratno.</li> <li>• Transformiše jedan oblik jednačine krivih drugog reda u drugi.</li> <li>• Utvrđuje odnose prave i krivih drugog reda.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.1</b>

<b>Ključni sadržaji</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definicija kružne linije. Jednačina kružnice.</li> <li>• Međusoban položaj prave i kružnice.</li> <li>• Definicija elipse. Jednačina elipse.</li> <li>• Međusoban položaj prave i elipse.</li> <li>• Definicija hiperbole. Jednačina hiperbole.</li> <li>• Međusoban položaj prave i hiperbole.</li> <li>• Definicija parabole. Jednačina parabole.</li> <li>• Međusoban položaj prave i parabole.</li> </ul>

### **Preporuke za ostvarenje ishoda**

Jednačinu kružnice izvesti tako što kružnicu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj se centar O podudara sa ishodištem. Zatim koristiti definiciju kružnice i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu kružnice. Transformisati jedan oblik jednačine kružnice u druge. Jednačinu elipse izvesti tako što elipsu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj je centar O u ishodištu koordinatnog sistema, a ose na koordinatnim osama. Koristiti definiciju elipse i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu elipse. Transformisati jedan oblik jednačine elipse u drugi. Sasvim analogno se izvodi jednačina hiperbole. Prilikom izvođenja jednačine parabole koordinatni sistem postaviti tako da se tjeme (vrh) parabole podudara sa ishodištem, osa parabole sa apscisnom osom, žiža parabole leži na pozitivnom dijelu apscisne osie a vrh parabole polovi udaljenost od žarišta do direktrise parabole. Zatim koristiti definiciju parabole i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu parabole. Heurističkim razgovorom doći do zaključka u kakvom međusobnom položaju mogu biti krive drugog reda i prava i od čega to zavisi te navesti obrazac za određivanje njihovog međusobnog položaja.

### **Oblast: C/Geometrija i mjerenja**

<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>C.III.1.</b> Računa zapreminu i površinu geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Skicira i ispituje rogljasta i obla tijela.</li> <li>• Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka o površini i zapremini.</li> <li>• Iz datih podataka računa površinu i zapreminu tijela, visine tijela, površine i visine bočnih strana, dijagonalnih presjeka i sl.</li> <li>• Određuje površinu i zapreminu u situacijama iz realnog života.</li> <li>• Formuliše i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2 MTP-3.2.1</b>

### **Ključni sadržaji**

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diedar, rogalj i poliedar.</li> <li>• Pravilni poliedri, Platonova tijela (tetraedar, heksaedar, oktaedar, dodekaedar, ikosaedar).</li> <li>• Prizma i piramida</li> <li>• Površina i zapremina poliedra.</li> <li>• Zapremina prizme i piramide</li> <li>• Obrtna rotaciona tijela.</li> <li>• Valjak (cilindar). Kupa (stožac). Lopta (kugla).</li> <li>• Površina i zapremina uspravnog valjka i uspravne kupe</li> <li>• Površina i zapremina lopte i njenih dijelova.</li> </ul>
--

### **Preporuke za ostvarenje ishoda**

Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije te zajedno sa učenicima izvesti zaključke o analognim vezama koje vrijede u stereometriji. Obogatiti znanja učenika navodeći ih da uočavaju srodne, analogne objekte, otkrivaju analogna svojstva i provode analogne postupke. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Nastanak dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrama asocijacije i sl.

C.III.2. Računa površine geometrijskih figura u ravni.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa površinu trougla, pravougaonika, paralelograma, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama koristeći trigonometrijske identitete i formule.</li> <li>• Računa površinu kruga i njegovih dijelova koristeći trigonometrijske formule.</li> <li>• Formulise i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura u ravni.</li> <li>• Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2 MTP-3.2.1 MTP-3.2.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mjerenje površina (aksiomatsko zasnivanje mjerenja).</li> <li>• Površine trougla, paralelograma, trapeza, četverougla s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac.</li> <li>• Površina mnogougla (poligona).</li> <li>• Površina kruga i njegovih dijelova.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Rješavati različite tipove zadataka te uz sistematičan pristup uvesti učenike u rješavanje tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerenih njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje znanja, igrom asocijacije i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz stručnih nastavnih predmeta kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. pomoću projektnog ili problemskog zadatka.</p>	

# ZANIMANJA IV STEPENA

## 1. razred /70 nastavnih sati godišnje/

Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije	
Ishod učenja	Razrada ishoda
A.I.1. Analizira svojstva i odnose skupova u različitim formama prikazivanja i primjenjuje ih prilikom rješavanja problemskih zadataka.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizira i primjenjuje svojstva operacija u skupovima <math>N, Z, Q</math> i <math>I</math>.</li> <li>Opisuje razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis.</li> <li>Upoređuje skupove <math>N, Z, Q, I</math> i <math>R</math> i argumentuje njihovu međusobnu povezanost.</li> <li>Primjenjuje operacije sa skupovima i prikazuje podskup, uniju, presjek, razliku, komplement i simetričnu razliku skupova zapisujući ih matematičkim simbolima.</li> <li>Povezuje skupovne relacije i operacije sa društvenim i prirodnim pojavama, tumači ih te izvodi zaključke koristeći se matematičkim izrazom.</li> </ul>
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Operacije i relacije sa skupovima.</li> <li>Skupovi <math>N, Z, Q, I, R</math>.</li> </ul>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>U okviru poglavlja o skupu <math>R</math> realnih brojeva treba sistematizirati i proširiti dosadašnja znanja o skupovima <math>N, Z, Q</math> i <math>R</math>. Da bi se nadogradilo znanje stečeno u osnovnoj školi aksiomatski zasnovati skup <math>R</math> ne insistirajući na upotrebi pojma algebarskih struktura. Obavezno naglasiti koje operacije su zatvorene u određenim skupovima tako da se formiranje svakog novog skupa uslovi potrebom da dobiveni skup bude zatvoren za razmatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Koristeći se konkretnim primjerima ukazati na potrebu za proširenjem skupova. Pomoću relacije inkluzije prikazati odnos između navedenih skupova. Nakon formiranja skupa <math>R</math> realnih brojeva treba uvesti brojnu/brojevnu osu i apsolutnu vrijednost realnog broja kao udaljenost toga broja od nule na brojnoj osi. Navesti pravila koje koristimo pri zaokruživanju brojeva.</p>	
A.I.2. Odabira i kombinuje strategije, metode i operacije za rješavanje problema i daje rješenja u kontekstu problema.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Prepoznaje pripadnost broja određenom skupu brojeva i upotrebljava simbolički matematički zapis.</li> <li>Primjenjuje računске operacije na rješavanje složenih zadataka u skupu realnih brojeva.</li> <li>Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redosljed računskih operacija.</li> <li>Primjenjuje računске operacije u problemskim zadacima različitog nivoa složenosti i procjenjuje tačnost rješenja.</li> </ul>
Poveznice sa ZJNPP	MTP-1.2.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Računske operacije u skupu <math>N</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>Z</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>Q</math>.</li> <li>Računske operacije u skupu <math>R</math>.</li> </ul>	

### Preporuke za ostvarenje ishoda

Upućivati na sistematičan i postupan rad prilikom korištenja pravila i osobina računanja te se voditi zaključivanjem na osnovu analogije često govoreći „analogno se dobiva“, „ovo je sličan zadatak“, „ovdje možemo ponoviti opisani postupak“ i sl.

#### Oblast: B/ Algebra

Ishod učenja	Razrada ishoda
<p><b>B.I.1.</b>Analizira zakonitosti, odnose i zavisnosti u matematici i realnom svijetu.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje osobine i operacije sa stepenima istih baza.</li> <li>• Pojednostavljuje i traži vrijednost algebarskog izraza na osnovu date vrijednosti varijable.</li> <li>• Razlikuje monom, binom, trinom i polinom.</li> <li>• Primjenjuje računске operacije sa polinomima.</li> <li>• Primjenjuje binomne formule.</li> <li>• Rastavlja cijele algebarske izraze na faktore.</li> <li>• Skraćuje, množi, dijeli i sabira algebarske razlomke.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	<p><b>MTP-2.2.2</b></p>

#### Ključni sadržaji

- Stepeni s cjelobrojnim eksponentom.
- Računske operacije sa stepenima.
- Cijeli i razlomljeni brojni izrazi.
- Cijeli algebarski izrazi.
- Monomi i operacije sa monomima.
- Transformacija cijelih algebarskih izraza.
- Polinomi i operacije sa polinoma.
- Algebarski identiteti.
- Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore.
- Razlomljeni algebarski izrazi.
- Transformacija razlomljenih algebarskih izraza.

### Preporuke za ostvarenje ishoda

Stepenovanje cjelobrojnim eksponentom uvježbati do automatizmakako bi učenici bez poteškoća primjenjivali ovu operaciju u rješavanju raznih zadataka povezanih sa gradivom iz stručnih nastavnih predmeta. Ukazati na analogiju između postupaka pri dijeljenju brojeva i pri dijeljenju polinoma te insistirati na razumijevanju i primjeni pravila. Pri izučavanju algebarskih izraza sistematizovati ono što su učenici do sada učili kroz odgovarajuće primjere i zadatke. U okviru razlomljenih algebarskih izraza uvijek određivati definiciono područje (čak i kad se radi o cijelom skupu R).

<p><b>B.I.2.</b>Analizira funkciju i obrazlaže njena svojstva (osobine) usmeno, računski i grafički.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Određuje definiciono područje funkcije.</li> <li>• Definiše razmjeru dva broja različita od nule.</li> <li>• Primjenjuje osnovne osobine proporcije.</li> <li>• Prikazuje i primjenjuje linearne funkcije <math>y=kx</math>, <math>y=kx+n</math>, <math>k \neq 0</math> u koordinatnom sistemu i analizira njihova svojstva.</li> <li>• Izražava jednu veličinu pomoću druge primjenjujući svojstvo jednakosti.</li> <li>• Opisuje uticaj koeficijenta na položaj grafika, definiše i određujuću funkcije.</li> <li>• Iz grafika funkcije čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju.</li> </ul>
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Iz zadanih elemenata: argumenata i vrijednosti tačaka grafika i koeficijenata određuje funkciju.</li> <li>• U problemskim situacijama prepoznaje linearnu zavisnost, zapisuje je kao linearnu funkciju te primjenjuje na analizu problema.</li> <li>• Analizira problem koji je zadan grafikom linearne funkcije.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.1.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojam funkcije (preslikavanja).</li> <li>• Osobine funkcije. Inverzna funkcija.</li> <li>• Pravougli koordinatni sistem u ravni.</li> <li>• Razmjera (omjer).</li> <li>• Proporcionalnost i proporcija.</li> <li>• Funkcija direktne i obrnute proporcionalnosti.</li> <li>• Procentni račun.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Prilikom ispitivanja svojstava funkcije kod učenika razvijati zaključivanje koje se temelji na osnovama matematičke logike. Razmjere, proporciju, direktnu i obrnutu proporcionalnost obraditi oslanjajući se na poznato gradivo iz osnovne škole te rješavati složenije zadatke primjerene uzrastu učenika. Zatim uvesti funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti kao i linearne nehomogene funkcije ispitujući ih i crtajući njihove grafike. Navoditi problemske situacije npr. iz ekonomije (linearne funkcije troškova-fiksni troškovi), obračun potrošene električne energije, pretplata mobilne telefonije, računanje vrijednosti CO<sub>2</sub> i dr. kako bi se prepoznata linearna zavisnost zapisala kao linearna funkcija te primijenila na analizu problema. Primijeniti procentni račun na obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge problemske zadatke iz života. Koristiti različite metode aktivne nastave npr. slagalica, KWL (znam–želim znati–naučio sam) tabela, misli–spari–razmijeni, INSERT i dr. kako bi se tokom problemske nastave uspješnije razvijalo kritičko mišljenje učenika.</p>	
<b>B.I.3.</b> Analizira linearne jednačine, nejednačine i sisteme linearnih jednačina i nejednačina te obrazlaže grafički i usmeno njihovu smislenost.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rješava linearne jednačine i nejednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Rješava linearne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrijednostima.</li> <li>• Rješava sisteme jednačina i nejednačina sa dvije nepoznate.</li> <li>• Koristi različite metode za rješavanje sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.</li> <li>• Primjenjuje linearne jednačine na rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.2.1 MTP-2.2.2 MTP-2.2.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Jednakost i jednačina. Ekvivalentne jednačine.</li> <li>• Rješavanje linearnih jednačina sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Problemi koji se rješavaju pomoću linearne jednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Jednačina sa apsolutnim vrijednostima.</li> <li>• Nejednakost i nejednačina. Ekvivalentne nejednačine.</li> <li>• Rješavanje linearne nejednačine sa jednom nepoznatom.</li> <li>• Sistem linearnih nejednačina sa jednom nepoznatom (grafički prikaz rješenja).</li> <li>• Linearna jednačine sa dvije nepoznate.</li> <li>• Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate.</li> <li>• Metode rješavanja: metoda supstitucije, Gausova (Gauss) metoda, metoda determinanti i grafička metoda.</li> <li>• Primjena sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznate.</li> </ul>	



<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Kod rješavanja linearnih jednačina sa jednom nepoznatom objasniti geometrijski smisao rješenja te na taj način dovesti u vezu funkcije i jednačine. Naučiti učenike da obavezno vrše provjeru dobivenog rješenja. Na istom primjeru demonstrirati različite načine rješavanja linearnih jednačina, nejednačina i sistema kako bi učenici uočili sličnost, stepen složenosti određene metode i činjenicu da se skup rješenja ne mijenja bez obzira na izabranu metodu. Nakon toga, analizirajući sistem dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate naučiti učenike da odaberu najpogodniju metodu za njegovo rješavanje. Pri rješavanju problema učenici se usmjeravaju na razmatranje nekog bliskog, sličnog problema i oponašanje postupka njegovog rješenja koristeći se metodom Aktivacija učeničkih iskustava. Ovaj način primjene analogije neće uvijek biti od pomoći ali će ukazati na smjer kojim treba nastaviti rješavanje. Poželjno je i korištenje softverskog paketa Geogebra kojim se razvija digitalna pismenost kao i IKT vještine.</p>	
<p><b>B.I.4.</b> Diskutuje o rješenjima linearnih jednačina i nejednačina i sistema linearnih jednačina i nejednačina.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednačine i sisteme linearnih jednačina.</li> <li>• Analizira suštinu problema i rješenja iz ilustracija.</li> <li>• Diskutuje postojanje rješenja jednačina, nejednačina i sistema ovisno o parametru.</li> <li>• Primjenjuje Kramerovu teoremu prilikom diskusije rješenja sistema linearnih jednačina.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	<p><b>MTP-2.2.3</b></p>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diskusija rješenja linearnih jednačina.</li> <li>• Diskusija rješenja sistema linearnih jednačina. Kramerova teorema.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Diskusije rješenja učenicima približiti odgovarajućim obrazloženjima kako bi shvatili njihovu smislenost. Osposobiti učenike da jezičku formu problema pretvore u matematičku i obrnuto. Rješavati zadatke sa najviše dva parametra i zadatke sa apsolutnom vrijednosti.</p>	
<b>Oblast: C/ Geometrija i mjerenja</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<p><b>C.I.1.</b> Analizira svojstva i odnose geometrijskih elemenata u ravni te koristi simbole i različite prikaze.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Određuje odnose između tačaka pravih i ravni. Određuje položaj tačke, prave i ravni.</li> <li>• Povezuje realan broj sa tačkama brojevne prave.</li> <li>• Opisuje vrste uglova, vrste parova uglova.</li> <li>• Primjenjuje svojstva uglova sa okomitim, paralelnim kracima i uglova uz transversalu pri rješavanju zadataka.</li> <li>• Utvrđuje međusoban odnos dvije kružnice.</li> <li>• Formuliše odnos centralnog i perifernog ugla.</li> <li>• Definiše vektor. Crta suprotan vektor datom.</li> <li>• Računa sa vektorima grafički, množi vektor realnim brojem.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	<p><b>MTP-3.1.1</b></p>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Osnovni i izvedeni pojmovi i stavovi u geometriji.</li> <li>• Ugao, vrste uglova (susjedni, naporedni, uglovi uz transversalu, uglovi sa paralelnim kracima, uglovi sa normalnim kracima).</li> <li>• Trougao.</li> <li>• Kružnica i krug. Centralni i periferni ugao. Tangente kružnice.</li> <li>• Četverougao (paralelogrami: paralelogram, pravougaonik, kvadrat, romb; trapezi: trapez, jednakokraki i pravougli; trapezoidi: trapezoid, romboid i deltoid)</li> <li>• Vektori u ravni. Operacije sa vektorima. Linearna zavisnost vektora, kolinearnost vektora.</li> </ul>	

<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>U realizaciji nastavne jedinice Osnovni i izvedeni stavovi i pojmovi u geometriji, istaći potrebu za aksiomatskim zasnivanjem geometrije (pet grupa aksioma: aksiome pripadanja, poretka, kongruencije, neprekidnosti i paralelnosti) te navesti učenike da formulišu definicije: poluprave, duži, poligonalne linije, poluravani i poluprostora. Osobine uglova sa paralelnim kracima, uglova sa normalnim kracima te uglova uz transverzalu primjenjivati u rješavanju konstruktivnih zadataka. Isticati trokomponentnost pojma vektora. Demonstrirati primjere linearne zavisnosti i nezavisnosti vektora analitički i grafički.</p>	
<p><b>C.I.2.</b>Sastavlja matematičke argumente o geometrijskim odnosima, analizira svojstva dvodimenzionalnih geometrijskih likova.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koristi elementarne konstrukcije (normala, paralela, prenošenje duži, prenošenje ugla, simetrala duži i simetrala ugla) pri rješavanju konstruktivnih zadataka o trouglu.</li> <li>• Konstruiše trougao, karakteristične tačke trougla, te upisanu i opisanu kružnicu.</li> <li>• Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Značajne tačke, duži i prave trougla.</li> <li>• Konstruktivni zadaci o trouglu.</li> <li>• Površina trougla, paralelograma i trapeza.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima i detaljno obrazložiti svaku etapu. Cijela geometrija u ravni se uvodi poštujući definicije pojmova, simboliku zapisivanja, razlike između crteža i konstrukcija upotrebom pribora, dokaza i induktivnih zaključaka i sl. Apstraktnost same geometrije ublažavati pojednostavljenim crtežima kad god je to moguće. Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje geometrijskih likova koristiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.</p>	
<p><b>C.I.3.</b> Koristi geometrijske transformacije u podudarnosti i sličnosti geometrijskih figura.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje teoreme o podudarnosti i sličnosti trouglova.</li> <li>• Koristi Talesovu teoremu o proporcionalnosti duži u modeliranju problemskih situacija.</li> <li>• Rješava geometrijske zadatke koristeći homotetiju i sličnost.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.4</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Podudarnost trouglova. Teoreme o podudarnosti, odnos uglova i stranica trougla.</li> <li>• Proporcionalnost duži. Talesova teorema.</li> <li>• Homotetija kao preslikavanje.</li> <li>• Sličnost. Sličnost trougla i mnogougla. Teoreme sličnosti.</li> <li>• Primjena sličnosti na pravougli trougao.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Posebnu pažnju posvetiti proporcionalnosti duži, Talesovoj teoremi i njenom obratu, kroz odgovarajuće primjere. Demonstrirati primjere invarijantnosti za homotetiju (za pravu, duž i ugao). Dokazati stavove o sličnosti trouglova, te ih primjenjivati u zadacima, insistirajući na tome da učenici sa skice pretpostavljaju koji trouglovi bi mogli biti slični i zašto, a nakon toga i dokazati svoju pretpostavku ukoliko je tačna. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim životnim situacijama.</p>	

## 2. razred /105 nastavnih sati godišnje/

<b>Oblast: A/ Skupovi, brojevi i operacije</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>A.II.1.</b> Analizira svojstva i odnose u skupu kompleksnih brojeva i primjenjuje ih u rješavanju zadataka.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diskutuje o vrijednostima stepena imaginarne jedinice.</li> <li>• Analizira povezanost i međusobni odnos realnih i kompleksnih brojeva koristeći različite prikaze.</li> <li>• Usvaja geometrijski prikaz kompleksnog broja.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Imaginarna jedinica.</li> <li>• Imaginarni brojevi.</li> <li>• Kompleksni brojevi u obliku uređenih parova.</li> <li>• Algebarski oblik kompleksnog broja.</li> <li>• Jednakost kompleksnih brojeva.</li> <li>• Konjugovano-kompleksni brojevi.</li> <li>• Modul kompleksnog broja.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Objasniti motiv za uvođenje pojma kompleksnog broja rješavajući jednačinu oblik <math>x^2 + 1 = 0</math>. Napomenuti da je izlaz iz ove situacije pronašao švicarski matematičar Ojler (Euler) uvođenjem imaginarne jedinice, koja se po dogovoru označava simbolom „<math>i</math>“. Koristeći se definicijom imaginarne jedinice utvrditi da se njenim stepenovanjem dobija jedna od četiri vrijednosti <math>\pm 1, \pm i</math>.</p>	
<b>A.II.2.</b> Odabira i kombinuje metode i operacije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva i daje rješenja.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinuje računске operacije s relanim i kompleksnim brojevima.</li> <li>• Utvrđuje zatvorenost računskih operacija u skupu kompleksnih brojeva.</li> <li>• Kombinuje operacije, metode i strategije za rješavanje zadataka u skupu kompleksnih brojeva.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-1.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računske operacije u skupu kompleksnih brojeva.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Usvojiti pravila računskih operacija sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku kroz rješavanje različitih primjera te povezati sa npr. operacijama sa polinomima, racionalisanjem nazivnika i dr. Stepene imaginarne jedinice predstaviti preko relacijske veze sa vrijednostima <math>\pm 1, \pm i</math>. Uočiti zatvorenost skupa <math>\mathbb{C}</math> u odnosu na sve računске operacije ali i da nije uređen u odnosu na relacije „biti veće“, „biti manje“. Računati modul i određivati konjugovani oblik kompleksnog broja koristeći se navedenim formalnim prikazima.</p>	

<b>Oblast: B/ Algebra</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>B.II.1.</b> Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze u matematici i realnom svijetu.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiše pravila za operacije sa stepenima i korijenima.</li> <li>• Primjenjuje operacije sa stepenima i korijenima.</li> <li>• Racionališe nazivnik.</li> <li>• Transformiše stepene sa racionalnim eksponentom u korijene i obrnuto.</li> <li>• Računa vrijednost brojevnih izraza.</li> <li>• Računa vrijednost logaritamskih izraza.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>

<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stepeni sa prirodnim eksponentom (izložiocem).</li> <li>• Stepeni sa cijelim eksponentom.</li> <li>• Pravila stepenovanja.</li> <li>• Operacije sa stepenima jednakih baza.</li> <li>• Aritmetički korijen.</li> <li>• Pravila i operacije sa aritmetičkim korijenom.</li> <li>• Racionalisanje nazivnika.</li> <li>• Stepeni sa racionalnim i realnim eksponentom i operacije sa njima.</li> <li>• Pojam logaritma (definicija, dekadski i prirodni logaritmi).</li> <li>• Prelazak sa jedne logaritamske baze na drugu.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Pri izvođenju osnovnog pravila za množenje dva stepena istih baza analogijom to pravilo proširiti na množenje tri stepena istih baza te na kraju generalizovati sa npr. <math>a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot \dots \cdot a^{n_k} = a^{n_1+n_2+\dots+n_k}</math>. Metodom specijalizacije, u ovom slučaju izjednačavanjem <math>n_1 = n_2 = \dots = n_k = m</math>, iz navedenog pravila dobijamo <math>a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m = a^{m+m+\dots+m} = a^{mk}</math> novo pravilo za stepenovanje stepena, <math>(a^m)^k = a^{mk}</math>. Metode specijalizacije i generalizacije koristiti u nastavi kad god je to moguće jer one služe pravilnom razvijanju i usmjeravanju mišljenja učenika. Stepene i korijene obraditi postupno i detaljno uz dovoljan broj odgovarajućih primjera za uvježbavanje pravila stepenovanja i korjenovanja. Naučiti racionalisati nazivnik proširivanjem razlomka monomom, te svođenjem nazivnika na razliku kvadrata i kubova. Usvojiti i primjenjivati pravila za računanje sa stepenima sa racionalnim eksponentom. Voditi računa da se sva nova pravila uvode na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici uvidjeli njihovu primjenu. Postepeno usložnjavati zadatke. Od učenika zahtijevati da oznaku za logaritam <math>\log</math> pišu u istoj ravni kao i argument logaritma i vrijednost logaritma, dok bazu logaritma, koja je indeks, pišu spušteno, manje veličine. Prije nego što se navede definicija logaritma, naglašavajući uslove vezane za argument, bazu i vrijednost logaritma, sa učenicima postupno doći do ekvivalencije <math>a^y = x \Leftrightarrow \log_a x = y</math> navodeći odgovarajuće konkretne primjere.</p>	
<p><b>B.II.2.</b>Rješava jednačine i nejednačine, diskutuje o rješenjima u kontekstu problema i grafički ih predstavlja.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uočava ulogu i značaj vrijednosti diskriminante kvadratne jednačine i pravilno tumači prirodu rješenja kvadratne jednačine.</li> <li>• Rješava kvadratne jednačine korištenjem Vieteovih formula.</li> <li>• Primjenjuje Vieteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata.</li> <li>• Kombinuje metode i tehnike rješavanja jednačina, nejednačina i sistema.</li> <li>• Modelira problemsku situaciju koristeći se jednačinama i nejednačinama.</li> <li>• Diskutuje rješenja jednačina, nejednačina i sistema u kontekstu problema uz grafički prikaz rješenja kada je to moguće.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.2.1 MTP-2.2.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kvadratne jednačine oblika <math>ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0</math> i nejednačine oblika <math>ax^2 + bx + c &lt; 0, a \neq 0</math>.</li> <li>• Vieteove formule. Rastavljanje kvadratnog trinomana linearne faktore.</li> <li>• Bikvadratne jednačine oblika <math>ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0</math>.</li> <li>• Jednačine višeg reda (trećeg i četvrtog stepena) sa simetričnim koeficijentima.</li> <li>• Iracionalne jednačine i nejednačine.</li> <li>• Eksponencijalne jednačine i nejednačine.</li> <li>• Logaritamske jednačine i nejednačine.</li> </ul>	

<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Prvo rješavati nepotpune kvadratne jednačine, a zatim izvesti formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine. Argumentovati prirodu rješenja kvadratne jednačine određujući vrijednost diskriminante D. Pošto kvadratne jednačine imaju široku primjenu njihovo rješavanje treba uvježbati do nivoa automatizma. Koristeći Vieteove formule pokazati kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja. Kvadratne nejednačine rješavati na više načina, grafički i analitički npr. koristeći se znakom kvadratne funkcije. Poželjno je isti primjer rješavati na više načina. Kod učenika razviti sposobnost prepoznavanja jednačina višeg reda koje se svode na kvadratne. Prilikom rješavanja bikvadratnih jednačina birati zadatke sa konstantnim i promjenljivim koeficijentima. Izračunavanju logaritma treba posvetiti posebnu pažnju. Skrenuti pažnju na značaj određivanja definicionog područja kod iracionalnih i logaritamskih jednačina i nejednačina. Kod rješavanja logaritamskih jednačina krenuti od jednostavnih npr. <math>\log_a f(x) = b, 0 &lt; a \neq 1</math>, a onda preći na složenije uz obavezu određivanja definicionog područja. Prilikom rješavanja zadataka kao provjeru tačnosti rješenja koristiti IKT alate kao što su Geogebra, Photomath i dr.</p>	
<p><b>B.II.3.</b> Primjenjuje trigonometrijske omjere.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje vezu između mjera ugla datih u stepenima i radijanima</li> <li>• Definiše trigonometrijske funkcije oštih uglova u pravougloj trouglu</li> <li>• Određuje vrijednost oštih uglova u pravougloj trouglu koristeći se trigonometrijskim omjerima</li> <li>• Predstavlja proizvoljno zadati ugao na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Predstavlja vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljno zadatog ugla na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Računa vrijednost trigonometrijskih izraza.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mjere ugla u stepenima i radijanima</li> <li>• Definicija trigonometrijskih funkcija oštih uglova u pravougloj trouglu</li> <li>• Vrijednost trigonometrijskih funkcija uglova <math>30^0, 45^0</math> i <math>60^0</math>.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Pomoću definicije radijana postupno ukazati na vezu sa vrijednostima ugla u stepenima, kako bi se formalni zapis ovih mjernih jedinica približio učenicima. Trigonometrijske funkcije pratiti odgovarajućim skicama prilikom njihovog definisanja u pravougloj trouglu. Nakon toga, primjenjujući trigonometrijske omjere odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštih uglova <math>30^0, 45^0, 60^0</math>. Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici važno je da učenici otkriju i uoče vezu između koordinata tačaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija (sinx i cosx), odnosno koordinata tačaka na osi tangensa sa tgx i osi kotangensa sa ctgx.</p>	

<b>Oblast: C/Geometrija i mjerenja</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<p><b>C.II.1.</b> Ispituje i grafički prikazuje funkcije te primjenjuje njihova svojstva (osobine).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje i primjenjuje svojstva funkcija (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske funkcije).</li> <li>• Grafički prikazuje funkcije (kvadratne, eksponencijalne, logaritamske funkcije) na osnovu ispitanih elemenata i očitava tačke sa grafika funkcija.</li> <li>• Prepoznaje grafike funkcija.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i najstarijem koeficijentu funkcije.</li> <li>• Tumači, na osnovu grafika, svojstva kvadratne funkcije i koristi ih prilikom rješavanja kvadratnih jednačina, nejednačina kao i u zadacima vezanim za problem određivanja npr. maksimuma i minimuma.</li> <li>• U problemskim situacijama prepoznaje kvadratnu zavisnost, zapisuje je kao kvadratnu funkciju te primjenjuje na analizu problema.</li> <li>• Prepoznaje inverznu vezu eksponencijalnih i logaritamskih funkcija te tumači grafičke prikaze tih funkcija.</li> <li>• U problemskim situacijama prepoznaje i primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku zavisnost, zapisuje je kao funkciju te primjenjuje na analizu problema.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kvadratna funkcija <math>y = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> (nule, znak, ekstrem, tok i grafik).</li> <li>• Eksponencijalna funkcija <math>y = a^x, 0 &lt; a \neq 1</math> (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik).</li> <li>• Logaritamska funkcija (domena, nule, znak, ekstrem, tok, asimptote i grafik).</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Demonstrirati crtanje najjednostavnijeg oblika kvadratne funkcije <math>y = x^2</math>. Translacijom za vektor položaja tjemena parabole postepeno doći do grafika potpune kvadratne funkcije. Mogu se koristiti i odgovarajući elektronski interaktivni sadržaji. Kvadratne funkcije <math>y = ax^2 + bx + c, a \neq 0</math> obraditi detaljno naročito: nule, znak, tok i ekstrem. Na osnovu definicije nule funkcije (nultačke funkcije) izvesti formulu za njeno određivanje te ukazati na vezu između „prirode“ nula funkcije i diskriminante D. Navoditi problemske situacije npr. iz fizike (ispaljeni hitac), ekonomije (rentabilnost poslovanja), sporta (ispucavanje lopte), arhitekture (lukovi mosta, fontane) i dr. kako bi se prepoznata kvadratna zavisnost zapisala kao kvadratna funkcija te primijenila na analizu i rješenje problema. Posvetiti pažnju eksponencijalnim funkcijama i otkrivanju njihovih osobina, kako bi se sa uspjehom koristile pri rješavanju eksponencijalnih jednačina i nejednačina. Eksponencijalni rast objasniti kroz nekoliko primjera npr. koliko puta trebamo presaviti papir da bi dostigli udaljenost od Zemlje do Mjeseca, spomenuti problem zrna pšenice na šahovskoj ploči, i slično. Logaritamsku funkciju definisati kao inverznu funkciju eksponencijalne funkcije i dati grafičku interpretaciju koristeći se pravcem <math>y = x</math>. Svojstva logaritamske funkcije staviti u funkciju rješavanja odgovarajućih jednačina i nejednačina. Navoditi probleme iz života npr. prirast stanovništva, razvoj bakterija u jednoj kulturi, porast drvne mase u šumi, količina lijeka u krvi, razgradnja nuklearnog materijala dr. kako bi se prepoznala eksponencijalna i logaritamska zavisnost te primijenila na analizu i rješenje problema. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim elektronskim interaktivnim programima i alatima.</p>	
<b>C.II.2.</b> Primjenjuje osobine trigonometrijskih funkcija.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Predstavlja proizvoljno zadati ugao na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Predstavlja vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljno zadatog ugla na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Prepoznaje grafike trigonometrijskih funkcija.</li> <li>• Kombinuje i primjenjuje osobine (periodičnost, parnost) trigonometrijskih funkcija pri njihovom svodenju na prvi kvadrant.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>

<b>Ključni sadržaji</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definicija trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici.</li> <li>• Osnovne trigonometrijske funkcije <math>y = \sin x</math>, <math>y = \cos x</math>, <math>y = \operatorname{tg} x</math> i <math>y = \operatorname{ctg} x</math>.</li> <li>• Periodičnost trigonometrijskih funkcija.</li> <li>• Znaci trigonometrijskih funkcija.</li> <li>• Parne i neparne trigonometrijske funkcije.</li> <li>• Vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od 0 do <math>2\pi</math> radijana.</li> <li>• Svođenje na prvi kvadrant.</li> </ul>
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>
<p>Prilikom definisanja trigonometrijskih funkcija na trigonometrijskoj kružnici važno je da učenici otkriju i uoče vezu između koordinata tačaka na brojevnoj kružnici i vrijednosti trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>), odnosno koordinata tačaka na osi tangensa sa vrijednosti <math>\operatorname{tg} x</math> i osi kotangensa sa vrijednosti <math>\operatorname{ctg} x</math>. Posebnu pažnju posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici odabirom odgovarajućih zadataka te primjeni osobina (periodičnost, znak, parnost) kod svođenja trigonometrijskih funkcija na prvi kvadrant. Upozoriti na mjere koje se koriste pri računanju (stepeni i radijani).</p>

<b>Oblast: D/ Podaci i vjerovatnoća</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>D.II.1.</b> Primjenjuje vjerovatnoću.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opisuje siguran i nemoguć događaj</li> <li>• Primjenjuje algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerovatnoće.</li> <li>• Određuje geometrijsku vjerovatnoću.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-4.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Događaj.</li> <li>• Vjerovatnoća događaja.</li> <li>• Klasična definicija vjerovatnoće.</li> <li>• Geometrijska vjerovatnoća.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Pomoću odgovarajućih primjera odrediti skup svih povoljnih i mogućih događaja te primijeniti klasičnu definiciju vjerovatnoće.</p>	

### 3. razred /105 nastavnih sati godišnje/

Oblast: B/Algebra	
Ishod učenja	Razrada ishoda
B.III.1. Povezuje i primjenjuje trigonometrijske identitete	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija.</li> <li>• Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicione formule, formule dvostrukog i polovičnog ugla te formule transformacije zbira u proizvod.</li> <li>• Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta.</li> </ul>
Poveznice sa ZJNPP	MTP-2.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Osnovni trigonometrijski identiteti.</li> <li>• Adicione teoreme.</li> <li>• Trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovičnog ugla.</li> <li>• Transformacija zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto.</li> </ul>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
<p>Odrediti vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je poznata vrijednost jedne od tih funkcija pomoću osnovnog trigonometrijskog identiteta. Nakon što se izvedu adicione formule za trigonometrijske funkcije zbira i razlike dvaju uglova, moguć je niz specijalizacija. Metodom specijalizacije, uvrštavanjem <math>\beta = \alpha</math> u adicione formule dobijamo formule za trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla. Navesti učenike da ovom metodom izvedu i formule za trigonometrijske funkcije polovičnog ugla, što im omogućuje bolje razumijevanje ovih nastavnih sadržaja. Kombinujući usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete računati i dokazivati trigonometrijske tvrdnje.</p>	
B.III.2. Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata analitičke geometrije u ravni, te ih obrazlaže grafički i usmeno.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primjenjuje analitičku formulu za izračunavanje površine trougla u PKS.</li> <li>• Ispituje uslov kolinearnosti tri tačke.</li> <li>• Ispituje, opisuje i crta pravu u koordinatnom sistemu na osnovu njene jednačine.</li> <li>• Računa veličinu ugla između prave i pozitivnog dijela x ose i povezuje ga s koeficijentom pravca prave.</li> <li>• Računa koeficijent pravca prave.</li> <li>• Računa udaljenost tačke od prave i veličinu ugla između pravih.</li> <li>• Prikazuje na različite načine jednačinu prave u ravni.</li> <li>• Tumači odnose između pravih u ravni i zapisuje ih matematičkim simbolima.</li> <li>• Date podatke opisuje linearnom vezom po mogućnosti uz upotrebu tehnologije.</li> </ul>
Poveznice sa ZJNPP	MTP-3.1.1
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Koordinatni sistem u ravni.</li> <li>• Rastojanje između dvije tačke. Koordinate središta duži. Koordinate težišta trougla.</li> <li>• Površina trougla izražena kao funkcija koordinata njegovih vrhova.</li> <li>• Uslov kolinearnosti tačaka.</li> <li>• Jednačine prave u ravni.</li> <li>• Ugao između dvije prave u ravni.</li> </ul>	



<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uslov paralelnosti i normalnosti pravih.</li> <li>• Presjek dvije prave.</li> <li>• Jednačina prave koja prolazi kroz jednu zadanu tačku.</li> <li>• Jednačina prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke.</li> <li>• Jednačina simetrale ugla između dvije date prave</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>U ovoj tematskoj oblasti sadržaje treba uvesti ilustrovanjem pojmova. Sistematizovati znanja koja su stečena u osnovnoj školi te usmjeravati učenike da samostalno i logički zaključuju o vezama koje vrijede, kao i o posljedicama mijenjanja određenih parametara u jednačinama. Učenicima naglasiti da crtež služi samo kao pomoć pri rješavanju zadataka i da on ne može poslužiti kao dokaz riješenog problema. Posebnu pažnju posvetiti oblicima jednačine prave u ravni, transformaciji jednog oblika u drugi, tumačenju sastavnih dijelova tih oblika, kao i određivanju međusobnog položaja dvije prave u ravni.</p>	
<p><b>B.III.3.</b>Ispituje krive drugog reda te analizira svojstva i odnose pravih i krivih drugog reda.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje jednačinu kružnice, elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krive i obratno.</li> <li>• Transformiše jedan oblik jednačine krivih drugog reda u drugi.</li> <li>• Tumači i određuje na osnovu grafičkog prikaza ili zadanih uslova jednačine kružnice, elipse, hiperbole i parabole.</li> <li>• Utvrđuje odnose prave i krivih drugog reda (uslov dodira, okomitosti i ugao presjeka).</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definicija kružne linije. Jednačina kružnice.</li> <li>• Međusoban položaj prave i kružnice.</li> <li>• Definicija elipse. Jednačina elipse.</li> <li>• Međusoban položaj prave i elipse.</li> <li>• Definicija hiperbole. Jednačina hiperbole.</li> <li>• Međusoban položaj prave i hiperbole.</li> <li>• Definicija parabole. Jednačina parabole.</li> <li>• Međusoban položaj prave i parabole.</li> <li>• Zajednička tangenta dvije krive drugog reda.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Jednačinu kružnice izvesti tako što kružnicu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj se centar O podudara sa ishodištem. Zatim koristiti definiciju kružnice i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu kružnice. Transformisati jedan oblik jednačine kružnice u druge. Jednačinu elipse izvesti tako što elipsu smjestimo u koordinatni sistem tako da joj je centar O u ishodištu koordinatnog sistema, a ose na koordinatnim osama. Koristiti definiciju elipse i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu elipse. Transformisati jedan oblik jednačine elipse u drugi. Sasvim analogno se izvodi jednačina hiperbole. Prilikom izvođenja jednačine parabole koordinatni sistem postaviti tako da se tjeme (vrh) parabole podudara sa ishodištem, osa parabole sa apscisnom osom, žiža parabole leži na pozitivnom dijelu apscisne osie a vrh parabole polovi udaljenost od žarišta do direktrise parabole. Zatim koristiti definiciju parabole i formulu za udaljenost između dvije tačke u ravni te iz dobivene jednakosti izvesti jednačinu parabole. Heurističkim razgovorom doći do zaključka u kakvom međusobnom položaju mogu biti krive drugog reda i prava, od čega to zavisi, a zatim izvesti obrazac za određivanje njihovog međusobnog položaja. Određivanje ugla između krivih drugog reda svesti na određivanje ugla koji grade tangente postavljene na date krive u tački presjeka. Zadatke rješavati postupno u nekoliko koraka.</p>	
<p><b>B.III.4.</b>Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze elemenata vektorske algebre u ravni i prostoru, te koristi simbole i različite prikaze.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje, opisuje i koristi elemente vektora.</li> <li>• Računa s vektorima (sabira, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravni i u koordinatnom sistemu.</li> <li>• Određuje intenzitet vektora, projekciju vektora.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa skalarni proizvod vektora i primjenjuje ga za uslov okomitosti vektora.</li> <li>• Računa i geometrijski interpretira vektorski i mješoviti proizvod vektora.</li> <li>• Razlikuje skalarni i vektorski proizvod vektor</li> <li>• Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora.</li> <li>• Primjenjuje skalarni, vektorski i mješoviti proizvod vektora.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vektori u prostoru.</li> <li>• Osnovne operacije s vektorima.</li> <li>• Vektorski prostor.</li> <li>• Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora.</li> <li>• Baza vektorskog prostora.</li> <li>• Razlaganje vektora na komponente.</li> <li>• Koordinate vektora u odnosu na neku bazu vektorskog prostora.</li> <li>• Projekcija vektora na pravu, ravan i koordinatnu osu.</li> <li>• Pravougli koordinatni sistem u prostoru i koordinatni vektori.</li> <li>• Skalarni proizvod dva vektora.</li> <li>• Vektorski proizvod dva vektora.</li> <li>• Mješoviti proizvod vektora.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Proširiti znanja o vektorima u ravni stečena u osnovnoj školi na vektore u prostoru koristeći se metodama za aktivno učenje. Slikovito prikazati operacije sa vektorima. Ukazati na razliku između slobodnog i vezanog vektora. Osobine vektora vježbati kroz njihovu primjenu u zadacima različitih nivoa složenosti. Fokus treba biti na razvoju prostornog zora. Koristiti skalarni proizvod pri određivanju ugla između dvije prave, tj. dva vektora, dužine vektora, itd. Pomoću pažljivo odabranih zadataka učenici usvajaju i razumiju činjenicu da intenzitet vektorskog proizvoda predstavlja površinu paralelograma konstruisanog nad tim vektorima dok je mješoviti proizvod tri nekomplanarna vektora po apsolutnoj vrijednosti skalar jednak zapremini paralelopipeda čije su ivice dati vektori. Skalarni, vektorski i mješoviti proizvod primjenjivati u rješavanju problema iz svakodnevnog života u kojima se ispituju npr. površina i zapremina, koje se smatraju važnim geometrijskim pojmovima.</p>	
<b>B.III.4.</b> Argumentuje postupke za rješavanje trigonometrijskih jednačina.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kombinuje efikasne metode i tehnike rješavanja trigonometrijskih jednačina.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.2.1 MTP-2.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Osnovne trigonometrijske jednačine <math>\sin x = a</math>, <math>\cos x = a</math>, <math>\operatorname{tg} x = a</math>, <math>\operatorname{ctg} x = a</math>.</li> <li>• Jednačine oblika <math>\sin(ax+b) = m</math>, <math>\cos(ax+b) = m</math>, <math>\operatorname{tg}(ax+b) = m</math>, <math>\operatorname{ctg}(ax+b) = m</math>.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Rješavanje trigonometrijskih jednačina i nejednačina treba da predstavlja ponavljanje i sistematizaciju svih do tada usvojenih trigonometrijskih sadržaja. Trigonometrijskim jednačinama posvetiti punu pažnju.</p>	

<b>Oblast: C/Geometrija i mjerenja</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
C.III.1. Računa zapreminu i površinu geometrijskih tijela.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Skicira i ispituje rogljasta i obla tijela.</li> <li>• Kombinuje svojstva uspravnih i kosih geometrijskih tijela i ravanskih figura za rješavanje problemskih zadataka o površini i zapremini.</li> <li>• Iz datih podataka računa površinu i zapreminu tijela, visine tijela, površine i visine bočnih strana, dijagonalnih presjeka i sl.</li> <li>• Određuje površine i zapremine u situacijama iz realnog života.</li> <li>• Formulise i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem zapremine standardnih i nestandardnih figura.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2 MTP-3.2.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diedar, rogalj i poliedar.</li> <li>• Pravi poliedri, Platonova tijela (tetraedar, heksaedar, oktaedar, dodekaedar, ikosaedar).</li> <li>• Prizma, piramida i njihovi ravni presjeci.</li> <li>• Kavalierijev princip.</li> <li>• Površina i zapremina poliedra.</li> <li>• Zapremina prizme, piramide i zarubljene piramide.</li> <li>• Obrtna rotaciona tijela.</li> <li>• Valjak (cilindar). Kupa (stožac). Lopta (kugla).</li> <li>• Ravni presjeci obrtnih tijela.</li> <li>• Površina i zapremina uspravnog valjka, uspravne kupe i uspravne zarubljene kupe.</li> <li>• Površina i zapremina lopte i njenih dijelova.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Sistematizovati dosadašnja znanja iz planimetrije te zajedno sa učenicima izvesti zaključke o analognim vezama koje vrijede u stereometriji. Obogatiti znanja učenika navodeći ih da uočavaju srodne, analogne objekte, otkrivaju analogna svojstva i provode analogne postupke. Crteže ne opterećivati nepotrebnim detaljima. Ukoliko je potrebno dijelove neke figure crtati uvećano uz korištenje istih oznaka. Demonstrirati Kavalierijev princip. Nastanak krnjih tijela i dijelova lopte demonstrirati video prezentacijom. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje, igrama asocijacije i sl.</p>	
C.III.2. Računa površine geometrijskih figura u ravni	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Računa površinu trougla, pravougaonika, paralelograma, trapeza, četverougla sa normalnim dijagonalama koristeći trigonometrijske identitete i formule.</li> <li>• Računa površinu kruga i njegovih dijelova koristeći trigonometrijske formule.</li> <li>• Formulise i rješava problemske situacije povezane sa izračunavanjem površine standardnih i nestandardnih figura u ravni.</li> <li>• Kombinuje svojstva figura u ravni za rješavanje problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-3.1.2 MTP-3.2.1 MTP-3.2.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mjerenje površina (aksiomatsko zasnivanje mjerenja).</li> <li>• Površine trougla, paralelograma, trapeza, četverougla s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac.</li> <li>• Površina mnogougla (poligona).</li> <li>• Površina kruga i njegovih dijelova.</li> <li>• Sinusna i kosinusna teorema.</li> </ul>	

- Rješavanje kosouglog trougla.
- Ptimjena teoreme u planimetriji i problemski zadaci.

### **Preporuke za ostvarenje ishoda**

Rješavati različite tipove zadataka te uz sistematičan pristup uvesti učenike u rješavanje složenih tekstualnih zadataka i problemskih situacija primjerenih njihovom uzrastu. Sistematizaciju gradiva pratiti odgovarajućim slikama, po mogućnosti uz korištenje mapa uma, kvizovima za ponavljanje znanja, igrom asocijacije i slično. Ovu oblast povezati sa sadržajima iz stručnih nastavnih predmeta kao i sa obrazovnim područjima: jezik i komunikacija, priroda i geografija, sport i zdravlje i sl. pomoću projektnog ili problemskog zadatka.

#### 4. razred /90 nastavnih sati godišnje/

<b>Oblast: B/ Algebra</b>	
<b>Ishod učenja</b>	<b>Razrada ishoda</b>
<b>B.IV.1.</b> Logički zaključuje i dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja.</li> <li>Dokazuje matematičkom indukcijom matematičke tvrdnje.</li> <li>Primjenjuje svojstva binomnih koeficijenata i binomnu formulu.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.3.2</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Pojam indukcije.</li> <li>Princip potpune matematičke indukcije.</li> <li>Primjena matematičke indukcije.</li> <li>Svojstva binomnih koeficijenata. Binomna formula.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
Metodu matematičke indukcije usvojiti na jednostavnijim primjerima, kako bi učenici prepoznali zadatke u kojima se ova metoda može uspješno primjenjivati. Postepeno usložnjavati zadatke dokazujući identitete, nejednakosti, djeljivost brojeva u skupu N. Posebnu pažnju posvetiti oznaci za sumu koja se prvi put uvodi kod binomnog obrasca, kako bi se u potpunosti razumio kratki zapis formule. Pokazati primjenu binomnog obrasca na što jednostavnijem primjeru, kako bi se učenici fokusirali na samu formulu, a ne na račun. Dovedi u vezu binomne koeficijente sa Paskalovim trouglom.	
<b>B.IV.2.</b> Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti, veze i funkcije u matematici i realnom svijetu primjenom aritmetičkog i geometrijskog niza i reda.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red.</li> <li>Zapisuje opšti član niza, povezuje sa aritmetičkom i geometrijskom sredinom.</li> <li>Računa zbir prvih n članova niza.</li> <li>Tumači odnose između članova aritmetičkog i geometrijskog niza.</li> <li>Računa zbir geometrijskog reda.</li> <li>Primjenjuje znanja o geometrijskom redu u rješavanju problemskih zadataka.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.1</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Brojni nizovi.</li> <li>Aritmetički niz (progresija).</li> <li>Geometrijski niz (progresija).</li> <li>Interpolacija članova aritmetičkog i geometrijskog niza.</li> <li>Granična vrijednost niza.</li> <li>Računanje s graničnim vrijednostima.</li> <li>Monotoni nizovi. Broj e. Pojam reda. Geometrijski red.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
Pojam aritmetičkog i geometrijskog niza uvesti postepeno preko primjera nizova iz svakodnevnog života. Učenike navesti da sami zaključie način određivanja članova niza i sume niza. Objasniti pojam konvergentnog i divergentnog niza kroz različite primjere. Geometrijski pokazati teoremu o monotonim i ograničenim nizovima te kroz praktične primjere ukazati na razlike između tačke gomilanja niza i granične vrijednosti niza. Ispisivanjem članova niza na brojevnoj osi uočavati postojanje granične vrijednosti niza te ukazati na činjenicu da je beskonačan broj članova tog niza unutar nekog intervala, a konačan broj njih izvan njega (npr. ispisivanjem niza sa općim članom $a_n = \frac{1}{n}$ ). Razlike između pojmova niza i reda objasniti koristeći se definicijama i pomoću primjera. Formulu za sumu beskonačnog reda izvesti primjenjujući limes niza. Zbir beskonačnog geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnog periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke.	

<p><b>B.IV.3.</b>Analizira zakonitosti, odnose, zavisnosti i veze realnih funkcija.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiše i na osnovu grafika prepoznaje ograničene odozgo (odozdo), parne, neparne, periodične i monotone funkcije.</li> <li>• Određuje i analizira osobine funkcije zadane različitim zapisima.</li> <li>• Na osnovu ispitanih osobina crta grafik funkcije.</li> <li>• Datu složenu funkciju prikazuje kao kompoziciju dvaju funkcija, te određuje inverznu funkciju.</li> <li>• Objasnjava pojam limesa funkcije.</li> <li>• Geometrijski (na grafiku) interpretira graničnu vrijednost (običnu, lijevu, desnu,...) i dovodi je u vezu sa asimptotama funkcije.</li> <li>• Računa granične vrijednosti koristeći njihove osobine i osnovne granične vrijednosti.</li> </ul>
<p><b>Poveznice sa ZJNPP</b></p>	<p><b>MTP-2.1.1</b></p>
<p><b>Ključni sadržaji</b></p>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojam realne funkcije jedne realne promjenljive.</li> <li>• Načini zadavanja funkcije.</li> <li>• Područje definisanosti i područje vrijednosti funkcije.</li> <li>• Grafik funkcije.</li> <li>• Kompozicija funkcija, bijektivna i inverzna funkcija.</li> <li>• Opće osobine funkcije: ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost.</li> <li>• Stepena funkcija, polinom i racionalna funkcija, eksponencijalna, logaritamska, trigonometrijske funkcije, arkus funkcije, pojam elementarne funkcije.</li> <li>• Granična vrijednost funkcije.</li> <li>• Računanje s graničnim vrijednostima funkcija.</li> <li>• Neprekidnost funkcije. Osobine neprekidnih funkcija.</li> <li>• Asimptote krivih.</li> </ul>	
<p><b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b></p>	
<p>Osobine i grafike svih elementarnih funkcija detaljnije predstaviti kako bi se sistematizovali sadržaji vezani za ovu temu. Graničnu vrijednost (limes) funkcije i neprekidnost treba demonstrirati grafički, uz što više odgovarajućih primjera. Demonstrirati računanje granične vrijednosti funkcije na osnovu definicije kao i ispitivanje neprekidnosti funkcije. Navesti činjenicu da je svaka elementarna funkcija neprekidna na svom domenu. Navesti primjer funkcije <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> i njenu domenu. Uočiti vezu između graničnih vrijednosti funkcije i njenih asimptota. Povezivati grafik funkcije i njene osobine, te tumačiti značenja tih osobina.</p>	
<p><b>B.IV.4.</b>Primjenjuje pojam derivacije i operaciju deriviranja.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Definiše izvod (derivaciju) funkcije u tački te povezuje geometrijsko i kinematičko značenje izvoda.</li> <li>• Izvodi derivaciju po definiciji.</li> <li>• Navodi osnovne (tablične) izvode.</li> <li>• Računa derivacije koristeći se pravilima deriviranja zbira, proizvoda i količnika.</li> <li>• Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu i normalu na grafik funkcije.</li> <li>• Određuje derivaciju implicitno zadane funkcije.</li> <li>• Navodi vezu između monotonosti i znaka prvog izvoda, te objašnjava pojam lokalnog ekstrema.</li> <li>• Koristi Lopitalova pravila pri računanju granične vrijednosti funkcije.</li> <li>• Definiše konveksnu i konkavnu funkciju, te ih prepoznaje na osnovu grafika.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Navodi vezu između konveksnosti i drugog izvoda.</li> <li>• Primjenjuje diferencijalni račun na ispitivanje znaka, toka i konveksnosti funkcije, određuje lokalne ekstreme, asimptote i crta grafik funkcije.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pojam izvoda (derivacije), geometrijsko i kinematičko značenje izvoda.</li> <li>• Problem tangente i brzine.</li> <li>• Pravila diferenciranja. Izvod osnovnih elementarnih funkcija.</li> <li>• Izvod složene funkcije.</li> <li>• Izvod inverzne funkcije.</li> <li>• Izvod implicitne funkcije.</li> <li>• Pojam diferencijala.</li> <li>• Izvodi i diferencijali višeg reda.</li> <li>• Primjena izvoda na zadatke o monotonosti i ekstremima funkcija.</li> <li>• Ispitivanje i crtanje grafika funkcije.</li> </ul>	
<b>Preporuke za ostvarenje ishoda</b>	
<p>Diferencijalni račun ima značajnu ulogu u matematici i drugim prirodnim, društvenim i tehničkim naučnim disciplinama. Izračunavanje vrijednosti izvoda funkcije su pravi test za učenika iz njegovih znanja o funkcijama i njihovim graničnim vrijednostima. Pojam izvoda interpretirati geometrijski i kinematički. Računati izvode koristeći se definicijom i tabličnim izvodima, zatim računati složene izvode te demonstrirati i objasniti primjenu derivacija kod ispitivanja funkcija. Neće biti suvišno da se rješenja pojedinih praktičnih zadataka vezanih za probleme maksimuma odnosno minimuma eksperimentalno potvrde jer tako dajemo snažan podsticaj učenicima za ovladavanje matematičkim pojmovima i postupcima i sticanju potrebnih vještina. Funkciju ispitati tako što će se odrediti njena domena, kodomena, nule funkcije, presjeci sa x i y osom (po potrebi), periodičnost (po potrebi), asimptote, parnost, stacionarne tačke, intervali rasta i pada funkcije, ekstremne vrijednosti, konkavnost/konveksnost, prevojne tačke te na osnovu dobivenih podataka crtati grafik funkcije.</p>	
<b>B.IV.5.</b> Primjenjuje pojam integrala i operaciju integriranja.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tumači povezanost primitivne funkcije i operacije integriranja.</li> <li>• Računa neodređeni integral koristeći osnovna pravila i tablicu neodređenih integrala.</li> <li>• Primjenjuje metodu supstitucije, parcijalne integracije i metodu rastava na parcijalne razlomke u računanju integrala.</li> <li>• Primjenjuje Newton-Leibnizovu formulu i računa određeni integral.</li> <li>• Primjenjuje određeni integral u izračunavanju dužine, površine i zapremine.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-2.1.3</b>
<b>Ključni sadržaji</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Primitivna funkcija i neodređeni integral.</li> <li>• Tablica osnovnih neodređenih integrala.</li> <li>• Osnovna pravila integracije.</li> <li>• Metoda zamjene.</li> <li>• Određeni integral (u Riemannovom smislu).</li> <li>• Osobine određenog integrala.</li> <li>• Newton-Leibnizova formula.</li> <li>• Metoda zamjene promjenljivih u određenom integralu.</li> <li>• Primjena određenog integrala na izračunavanje površine ravnih figura i dužine luka krivih (dati obrazac bez izvođenja).</li> </ul>	

### Preporuke za ostvarenje ishoda

Uvesti neodređen integral kao pojam koji je inverzan pojmu derivacije funkcije, tj. da je neodređeni integral neke funkcije skup svih antiderivacija te funkcije. Naziv mu dolazi od toga što neodređeni integral funkcije nije jedna funkcija, nije jednoznačno određen, nego je skup funkcija koje su međusobno povezane. Navesti tablicu integrala nekih važnih elementarnih funkcija i objasniti osnovne metode određivanja integrala pomoću adekvatno odabranih zadataka. Pod pojmom integral podrazumijevaju se dva pojma određeni i neodređeni integral. U nastavi ćemo prvo proučavati neodređene a zatim određene integrale primjenjujući metode aktivne nastave. Postepeno usložnjavati zadatke, uz stalno poticanje diskusije s učenicima, primjenjujući metodu supstitucije. Primijeniti integrale u rješavanju problemskih zadataka kao i projektnih zadataka uz samostalno ili grupno istraživanje i pronalaženje rješenja.

#### Oblast: D/Podaci i vjerovatnoća

Ishod učenja	Razrada ishoda
D.IV.1. Argumentovano računa vjerovatnoću.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifikuje različite međusobno isključive izbore i zaključuje da je suma njihovih vjerovatnoća jednaka 1.</li> <li>• Procjenjuje zavisne i nezavisne događaje i primjenjuje rječnik vjerovatnoće prema kontekstu problema.</li> <li>• Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće.</li> <li>• Procjenjuje da ponavljanjem eksperimenta ne mora dobiti isti ishod.</li> <li>• Prosuđuje da povećanje broja ponavljanja eksperimenta općenito vodi ka boljoj procjeni vjerovatnoće.</li> <li>• Povezuje eksperimentalne podatke i teorijske vjerovatnoće.</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-4.2.1</b>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vrste događaja. Pojam definicije vjerovatnoće.</li> <li>• Operacija s događajima i pripadnim vjerovatnoćama.</li> <li>• Uslovna vjerovatnoća. Totalna vjerovatnoća. Složena vjerovatnoća</li> </ul>	
D.IV.2. Koristi elemente kombinatorike s ciljem evaluacije i prognoze u kontekstu problemskog pitanja.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ispituje i opisuje osnovne principe prebrojavanja.</li> <li>• Objašnjava i računa broj permutacija, varijacija i kombinacija elemenata skupa..</li> </ul>
<b>Poveznice sa ZJNPP</b>	<b>MTP-4.2.2</b>
Ključni sadržaji	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Princip uzastopnog prebrojavanja (Dekartov proizvod skupova).</li> <li>• Permutacije bez ponavljanja i s ponavljanjem.</li> <li>• Varijacije bez ponavljanja i s ponavljanjem.</li> <li>• Kombinacije sa i bez ponavljanja.</li> </ul>	
Preporuke za ostvarenje ishoda	
Na konkretnom primjeru pokazati i tumačiti kombinacije i rasporede elemenata nekog skupa sa i bez ponavljanja njegovih elemenata. Povezivati termine vjerovatnoće i kombinatorike. Uočavati mogućnosti primjene ove tematske cjeline u svakodnevnom životu.	



### **Razvijanje konceptualnog znanja kao osnove za matematičko rasuđivanje**

Učenje treba da bude osmišljeno tako da učenici uče matematiku sa razumijevanjem, aktivno gradeći nova znanja na osnovu iskustva i predznanja. Pri tome ih treba na izazovan način motivirati da samostalno istražuju i uče. Učenicima nije dovoljno pamti matematičke postupke i pojmove izolovano jedne od drugih. Naime, malo je vjerovatno da će ih učenici moći funkcionalno primijeniti ako ne razumiju širu sliku zašto nešto rade i kako su sadržaji povezani. Cilj bi trebao biti pomoći učenicima da izgrade bogate, međusobno povezane mreže znanja. Učenici bi trebali uočavati povezanost matematičkih ideja, umjesto da na njih gledaju kao zasebne i isključne ideje. Na primjer, nastavnici bi trebali postavljati pitanja i iznositi probleme koji pomažu učenicima da vide kako su razlomci, decimalni brojevi i procenti povezani jedni s drugima. Suprotno tome bi bilo bavljenje razlomcima, decimalnim brojevima i procentima u odvojenim poglavljima i učenicima ne bi bila skrenuta pažnja na činjenicu da se oni često koriste kao različiti prikazi istih veličina. Radi ostvarivanja ovog cilja nužno je u nastavi dosljedno primjenjivati princip sistematičnosti i postupnosti (npr. od poznatog ka nepoznatom, od lakšeg ka težem, od jednostavnog ka složenom) te se pridržavati i drugih principa nastave matematike. Dublje razumijevanje se može podsticati i kroz iskustveno učenje, korištenje efektivnih vizuelizacija i projekte smještene u autentične kontekste. Konačan rezultat kod učenika treba da bude takav da matematiku doživljavaju kao koherentno znanje, sastavljeno od međusobno povezanih pravila, postupaka i zakonitosti, primjenljivo u stvarnom životu.

### **Povezivanje znanja iz matematike i drugih obrazovnih područja**

Učenici najbolje uče i bolje razumiju ono o čemu uče kada gradivo mogu povezati s prethodnim učenjem i/ili s različitim područjima učenja. Matematičku pismenost razvijamo upotrebom primjerenog izbora zadataka kroz povezivanje oblasti matematike sa sljedećim obrazovnim područjima:

#### **Jezik i komunikacija**

Matematika je razrađena mreža pojmova, tvrdnji i postupaka. Ona je i stalni napor da se postigne tačan iskaz u kojem se razvija sposobnost argumentovanja, raspravljanja, kritiziranja, prosuđivanja kao i unapređivanja jezičkog izražavanja. Učenici obrazlažu i dokazuju tvrdnje, narativno objašnjavaju rješenja problema, kreiraju matematičke časopise, itd.

#### **Priroda i geografija**

Matematička znanja su često preduvjet za proučavanje pojava i zakonitosti kako u prirodi tako i u raznim nastavnim predmetima kao što je npr. STEM grupa predmeta (fizika, hemija, biologija, geografija, osnovi tehnike, tehnička kultura, informatika, matematika). Kako bi planirali i organizovali putovanja učenici će saznati na koji način su povezani razmjera na karti i stvarna udaljenost između tačaka, čitati koordinate mreže i pronalaziti mjesta na karti pomoću geografske širine i dužine i sl. Istražiti vrijeme trajanja raspada određenih radioaktivnih elemenata, veličinu bakterija i virusa koristeći negativne eksponente, tačku ključanja i smrzavanja tekućina i/ili čvrstih tvari, temperature planeta i udaljenost između njih su samo neki od zadataka u kojima matematika nalazi primjenu u ovom području.

## **Zdravlje i sport**

Neki zdravstveni i sportski fenomeni mogu se opisati koristeći se matematičkim jezikom i tako približiti učenicima. Matematika pomaže razumjeti kako ljudsko tijelo funkcioniše i šta ga održava zdravim kroz mjere u ishrani, proporcije tijela, stope cijepljenja, itd. Može se i stimulisati iznalaženje vlastitih rješenja kroz pitanja npr. kako Pitagorinu teoremu može pomoći u penjanju, koliko ronioncu traje boca sa kiseonikom na dubini od 20 m, itd.

## **Nove tehnologije i digitalizaciju**

Nove tehnologije i digitalni alati omogućavaju novi pristup matematičkim terminima i procesima. Primjena računara može biti korisna u sljedećim situacijama: kada se koriste za računanje, vježbu i praktični rad te provjeru rezultata, kada smanjuju kognitivno „opterećenje“ učenika kako bi se oni mogli posvetiti drugim, višim matematičkim pojmovima i kada se koriste u pedagoške svrhe u kojima trebaju biti važan dio procesa učenja i podučavanja.

## **Kreativnost i dizajn**

Matematika kao stroga deduktivna nauka ima i svoju induktivnu stranu. Eksperimentisanjem sa novim zadacima, iznalaženju mogućih rješenja učenici se osposobljavaju da razmišljaju i djeluju na originalan i kreativan način. Koristeći se modelima raznih geometrijskih oblika učenici mogu praviti replike poznatih svjetskih građevina i/ili sklapati sopstvene.

## **Ljudi i društvo**

Učenici se povezuju sa društvom u kojem žive, zapažaju, analiziraju i stvaraju sopstveno mišljenje. Matematika igra važnu ulogu u mnogim područjima života kao što su finansije, medicina, sociologija i sl.

Integracija matematike u različita područja utiče da učenici razmišljaju o „stvarnom svijetu“ i o tome zašto se stvari događaju, pružajući im praktičan pristup učenju i korištenju matematike čineći je zabavnom i zanimljivom. Time učenici stiču širinu i spoznaju značaj primjene matematike, što im omogućava razvoj novih ideja i vještina, te produbljivanje postojećih.

## **Nastavne metode koje podstiču motivaciju učenika**

Podučavanje matematike treba da podstiče motivaciju učenika za aktivno učestvovanje u procesu učenja. Ukoliko su nastavne metode i zadatke zanimljive, raznovrsne i povezane sa svakodnevnim životom kao i sa iskustvima iz drugih nastavnih predmeta, one će uticati na pozitivne stavove prema matematici. Učenje i podučavanje se moraju odvijati u stimulativnom okruženju, odnosno okruženju u kojem će učenici slobodno iznositi svoje vlastito mišljenje te u kojem će se njihove ideje cijeliti i vrednovati. Učenje i podučavanje treba biti bazirano na problemskom učenju, gdje će se problemi sa kojima se učenici susreću koristiti kao sredstva sticanja traženog znanja odnosno, istraživačkom radu u kojem se problemi vežu za učeničke interese čime će se povećati njihova motivacija, aktivnom učenju koje učenike podstiče na učenje kroz rasprave, projektni rad koristeći se npr. eTwinning platformom, vježbe i druge načine koji im pomažu u promišljanju i objašnjavanju vlastitog procesa učenja matematike. Aktivno učenje i kritičko mišljenje se mogu navesti kao primjeri dobre prakse za razvijanje „komuniciranja u matematici“ kao jedne od predmetno specifičnih kompetencija. Da bi nastava matematike bila djelotvorna i zanimljiva koristiti se kooperativnim ili aktivnim nastavnim metodama npr. KWL tabela, Slagalica, Misli–spari–razmijeni, Mapa uma, Aktiviranje učeničkih iskustava, Poveži s drugim predmetima, Promijeni pristup, INSERT (Interactive Noting System for Effective Reading and Thinking) i dr.

### **Razlike u osnovnoškolskom i gimnazijskom pristupu nastavi matematike**

Induktivni pristup podučavanja matematike dominira u razrednoj nastavi, dok se u predmetnoj nastavi osnovne škole koristi kombinacija induktivnog i deduktivnog pristupa podučavanja. Nasuprot njima u srednjoj školi je zastupljen deduktivni pristup, čime se srednjoškolsko podučavanje nastavnog predmeta „približava“ matematici kao nauci.

Idući od 1. razreda osnovne škole prema 4. razredu srednje škole od učenika se očekuje sve veća samostalnost u radu i ozbiljnost u pristupu matematičkim sadržajima, te sve veća sposobnost logičkog mišljenja i optimalnog rješavanja problema kako školskih, tako i onih iz svakodnevnog života. Treba imati na umu da moderno doba donosi nove izazove, te da su stariji učenici zahtjevniji i žele konkretne i zanimljivije primjere na nastavi.

Pri rješavanju zadataka u nižim razredima učenici u savremenoj nastavi matematike, modeliraju problemske situacije koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima dok u višim razredima koriste apstraktne matematičke forme.

### **Individualizacija i diferencijacija nastavnog procesa**

U idealnim uslovima nastavnici dopiru do svih svojih učenika pružajući cijelom odjeljenju odgovarajuće iskustvo. No, realno, svi učenici su različiti i svako uči vlastitim tempom, što zahtijeva prilagodbu nastave, odnosno diferencijaciju i individualizaciju nastavnog procesa. Diferencirani oblik nastave treba koristiti za podučavanja grupe učenika. Pri tome je vrlo važno da su grupe fleksibilne, odnosno da nisu isti učenici u istoj grupi za svaku aktivnost ili zadatak. Individualizovana nastava usmjerena je na potrebe pojedinog učenika, stoga je ovaj vid podučavanja specifičan. Da bi se nastavni ciljevi i zadaci mogli primijeniti u okviru individualizovane nastave, oni moraju biti jasni i korisni onima koji rade na njihovom postignuću i moraju biti u skladu s jednom od taksonomija. Ovaj vid nastave može se koristiti samostalno ili može biti dio diferencirane nastave.

Individualizovana nastava je korisna kod podučavanja učenika s posebnim potrebama. Pod tim pojmom najčešće podrazumijevamo učenike s teškoćama u razvoju, ali bitno je napomenuti da tu spadaju i nadareni učenici. Pripremanjem programa i materijala, učitelj/nastavnik se rukovodi potrebama učenika i dalje otkriva kome i na koji način prilagoditi nastavni proces. Kod učenika s teškoćama u razvoju bitno je ustanoviti nivo kognitivnih procesa potrebnih za praćenje nastave matematike. Nakon opservacije, a u saradnji sa pedagoško/psihološkom službom pravi se individualizovani obrazovni program prilagođen svakom pojedinom učeniku. Matematika ima širinu koja omogućava da se u okviru svake nastavne jedinice može izdvojiti dio koji učenik može shvatiti i savladati u okviru svojih mogućnosti. Nekim učenicima više odgovara rad koji uključuje geometrijske oblike i pravila, dok se drugi bolje snalaze sa brojevima. Matematika omogućava korespondenciju između takvih, naoko različitih formi, te omogućava učeniku da pojmi i poveže stvari za koje nije mislio da je moguće. Također je važna i vizuelizacija i slikovni prikaz, kako problema koji rješavamo, tako i dijelova novog gradiva. Pri samoj izradi individualizovanog obrazovnog programa najvažnije je postaviti realne zahtjeve i zadatke u skladu sa kognitivnim nivoom funkcionisanja učenika.

### Vrednovanje

Vrednovanje je sistematično i kontinuirano prikupljanje podataka u procesu učenja i podrazumijeva utvrđivanje nivoa ostvarenosti odgojno-obrazovnih ishoda definisanih kurikulumom. Koristi se za gradiranje uspjeha učenika ali i kako bi im se pomoglo da poboljšaju uspjeh. Prilikom planiranja vrednovanja učeničkih postignuća nužno je uvažiti odgojno-obrazovne ishode i ciljeve predmeta.

Cijeli proces vrednovanja moraju pratiti i odgovarajuće metode podučavanja, što znači da sve mora biti međusobno usklađeno. Loš primjer bi bio da se prema nekom odgojno-obrazovnom ishodu očekuje da učenik može nešto analizirati, a da prilikom vrednovanja koristimo zadatke koji očekuju činjenično znanje.

Vrednovanje uključuje praćenje i ocjenjivanje ostvarenosti planiranih odgojno-obrazovnih ishoda. U toku praćenja potrebno je kontinuirano voditi evidenciju o nivou postignuća učenika, a ocjenjivanje najčešće podrazumijeva brojčanu ili opisnu ocjenu na kraju perioda učenja. Svrha vrednovanja je da se utvrdi u kojoj mjeri su ostvareni odgojno-obrazovni ishodi učenja, odnosno da se utvrdi nivo obrazovnih postignuća učenika.

Oblici vrednovanja znanja, vještina i stavova učenika, s obzirom na osobu/instituciju koja provodi vrednovanje, mogu biti:

- vanjsko (eksterno) vrednovanje (npr. matura, PISA),
- unutrašnje (interno) vrednovanje (npr. NZOT),
- samovrednovanje,
- vršnjačko vrednovanje.

S obzirom na svrhu vrednovanja razlikujemo:

- dijagnostičko (inicijalni testovi npr. na početku školske godine),
- formativno (odvija se za vrijeme učenja i podučavanja, a rezultira kvalitativnom povratnom informacijom),
- sumativno (ukupno postignuće).

Prilikom donošenja odluke šta i kako treba vrednovati, potrebno je uzeti u obzir sljedeće:

- vrednovati šta učenik zna i kako razmišlja,
- ažurnost pisanja domaće zadaće,
- pratiti napredak učenika kao sastavni dio nastavnog procesa,
- postavljati zahtjeve koji traže poznavanje i povezivanje više matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti različite metode i postupke vrednovanja,
- uključivati i obavezne usmene odgovore i demonstraciju znanja pred tablom,
- pri rješavanju kompleksnih zahtjeva koristi različita pomoćna sredstva.

S druge strane, u ovom kontekstu potrebno je izbjegavati sljedeće:

- vrednovati šta učenik ne zna,
- postavljati zahtjeve koji traže primjenu samo jednog ili dva postupka,

- obraćati pažnju izolovanom poznavanju matematičkih pojmova i postupaka,
- koristiti isključivo pisane zadatke i testove,
- vrednovati broj tačno riješenih zadataka na pismenom ili broj tačnih odgovora na testu sa isključivim ciljem da se učeniku dodijeli brojčana ocjena,
- ograničavati korištenje pomoćnih sredstava.

Vrednovanje je neodvojivo od svih aktivnosti koje nastavnik izvodi u učionici. Učinkovito vrednovanje podrazumijeva prikupljanje raznovrsnih informacija do kojih se dolazi u svim fazama učenja i podučavanja, kao i samovrednovanje učenika i vršnjačko vrednovanje, koji su važan segment formativnog vrednovanja. Učenici sami vrednuju svoj rad, prepoznaju greške, odlučuju kako trebaju dalje učiti i sl. Vještina samovrednovanja se razvija tako što nastavnici aktivno uključuju učenike u proces vrednovanja tako što će vrednovati određene zadatke, prezentacije i sl. Učenici se upoznaju sa elementima vrednovanja u okviru nastavnog predmeta Matematika. Za svaki element treba dati obrazloženje kako se vrednuje. Osnovu za vrednovanje čine ciljevi i odgovarajući odgojno-obrazovni ishodi.

## **Elementi vrednovanja**

Vrednovanje uključuje uravnoteženost upotrebe svih pristupa: dijagnostičkog, formativnog i sumativnog. Usmjereno je ka učenju, razvoju i jačanju učeničkog samopouzdanja te prema njegovanju matematičkih kompetencija. Shodno navedenom, učenička postignuća treba vrednovati kroz sljedeće elemente:

1. Razumijevanje matematičkih pojmova, postupaka i tvrdnji  
Vrednuje se činjenično znanje, razumijevanje pojmova i tvrdnji, analiziranje i ispravno korištenje pravila.
2. Komuniciranje u matematici  
Vrednuje se upotreba matematičkih simbola u usmenom i pismenom izražavanju, organizovanje informacije u logičnu cjelinu, predstavljanje podataka koristeći se različitim prikazima, verbalno izražavanje u toku razrednih rasprava koje pomažu razumijevanju, razmjenu ideja, strategija i rješenja.
3. Rješavanje problemskih situacija.  
Vrednuje se analiziranje problema, logičko razmišljanje i zaključivanje, modeliranje problemske situacije matematičkim zakonitostima, uspješna primjena odgovarajuće metode za rješavanje problema te provjera rješenja.

## Metode vrednovanja

Postoji usmeno i pismeno provjeravanje znanja, a pismene provjere mogu imati pitanja otvorenog tipa i pitanja zatvorenog tipa. Kod pismenih provjera, rezultate je moguće interpretirati na dva načina: kriterijski (unaprijed utvrđeni standardi i kriteriji) i normativno (postignuća učenika procjenjuju se na osnovu postignuća drugih učenika, a ne govori se o stvarnom znanju učenika). Osim pismenog i usmenog provjeravanja znanja, moguće je koristiti i neke druge vidove provjere znanja: projekti (koji nastaju kao rezultat projektne nastave), prezentacije (koje nastaju kao rezultat istraživanja određenih tema), učenički portfoliji (koji nastaju kao zbirka svih materijala na kojim je učenik radio), itd.

Nastavnik sam kreira svoj način vrednovanja tako da on bude u skladu sa odgojno-obrazovnim ishodima učenja, korištenim metodama i strategijama poučavanja. Pitanje/problem za provjeru znanja treba odražavati nivo odgojno-obrazovnih ishoda, što znači da su glagoli iz odgojno-obrazovnog ishoda smjernica za izbor sadržaja. Posebno treba biti oprezan kod kreiranja zadataka za mjerenje viših nivoa kognitivnih procesa i znanja. Ishode učenja trebaju pratiti odgovarajući kriteriji vrednovanja prema kojima možemo utvrditi da li su ostvareni.

Osim davanja brojčane ocjene, veoma je važno učenicima dati i povratnu informaciju o njihovim postignućima koja uz osvrt na određeni odgojno-obrazovni ishod ističe kako je vrednovanje izvršeno, šta je učenik odlično uradio, na čemu treba raditi i kako će postići uspjeh u tom segmentu/procesu. Kvalitetna povratna informacija omogućava učenicima da svjesno utiču na određene segmente svog učenja, te tako poprave uspjeh. Učenici također prate i regulišu svoje učenje, služe se metodama samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja pomoću rubrika, lista samoprocjene i/ili dnevnikom učenja, pri čemu mogu procjenjivati svoje učenje pomoću istih kriterija kao i nastavnici. U nastavi Matematike u svrhu formativnog vrednovanja koriste se tablice organizovane u tri dimenzije (tri elementa ili kriterija vrednovanja): razumijevanje matematičkih pojmova, postupaka i tvrdnji, komuniciranje u matematici, te rješavanje problemskih situacija, pri čemu se kvaliteta ostvarenih ishoda učenja vrednuje u četiri nivoa: napredni, srednji, osnovni nivo i potrebna podrška.

## G/PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA

Nastavu matematike u školama srednjeg stručnog obrazovanja i obuke mogu izvoditi nastavnici koji su završili odgovarajući studij i stekli zvanje:

- profesor matematike,
- profesor matematike s fizikom,
- profesor matematike i informatike,
- diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta,
- matematika - opšti smjer primijenjene matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta,
- matematika - opšti smjer teorijske matematike - diplomirani matematičar sa položenom pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičkom grupom predmeta.

Nastavu matematike u stručnim školama mogu izvoditi i lica sa završenim:

- I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od 3 godine (180 ECTS bodova) ili 4 godine (240 ECTS bodova), koja su stekla akademsku titulu odnosno stručno zvanje bachelor ili ekvivalent za određenu oblast;
- II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalent za određenu oblast;
- III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla akademsku titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalent za određenu oblast.

Nastavu matematike u srednjim tehničkim i srodnim školama mogu izvoditi i lica sa završenim:

- I (prvim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od najmanje 4 godine (240 ECTS bodova), koja su stekla akademsku titulu odnosno stručno zvanje bachelor ili ekvivalent za određenu oblast,
- II (drugim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od jedne godine (60 ECTS bodova) ili dvije godine (120 ECTS bodova) – ukupno 300 ECTS bodova sa bodovima prvog ciklusa, koja su stekla akademsku titulu i zvanje magistra ili ekvivalent za određenu oblast,
- III (trećim) ciklusom odgovarajućeg studija visokog obrazovanja u trajanju od tri (3) godine (180 ECTS bodova) koja su stekla akademsku titulu i naučno zvanje doktora ili ekvivalent za određenu oblast.

Lica koja u toku studija nisu polagala ispite iz pedagoško-psihološko-didaktičko-metodičke grupe predmeta, dužna su ove ispite položiti u roku od godinu dana od dana stupanja na posao nastavnici

